

ANALISIS DISTRIBUSI PROBABILITAS DAN KENDALI OPTIMAL PERSIMPANGAN

PROBABILITY DISTRIBUTION ANALYSIS AND OPTIMAL CONTROL INTERSECTION

Mulyadi Sinung Harjono^{a,b}, Wimpie A. N. Aspar^a, Abdul Halim^b dan Kalamullah Ramli^b

^a Pusat Teknologi Industri dan Sistem Transportasi
Deputi Teknologi Industri Rancang Bangun dan Rekayasa - BPPT
Gedung Teknologi 2 BPPT Lantai 3, Kawasan PUSPIPTEK, Serpong, Tangerang 15314
^a mulyadi.sinung@bppt.go.id, wimpie.agoeng@bppt.go.id ,

^b Departemen Teknik Elektro, Universitas Indonesia
Kampus UI Depok, 16424, Indonesia
ahalim@ee.ui.ac.id, k.ramli@ui.ac.id

Abstrak

Penelitian pemodelan dinamika lalu-lintas memerlukan data pencacahan arus lalu-lintas (*traffic counting*) pada banyak simpul jaringan jalan. Informasi pencacahan arus lalu-lintas tersebut dipergunakan untuk analisa model pengendalian jaringan jalan ataupun pengendalian area persimpangan, baik sebagai persimpangan mandiri (*isolated*) maupun persimpangan koordinatif. Penggolongan jenis dan kondisi lalu-lintas yang dipergunakan untuk pengendalian ini ditentukan oleh kebijakan manajemen transportasi ITS ataupun pemerintah. Estimasi dan prediksi kondisi lalu-lintas secara riil diperoleh berdasarkan informasi hasil pencacahan arus lalu-lintas. Pencacahan arus lalu-lintas bertujuan untuk menentukan fungsi distribusi probabilitas (pdf) arus lalu-lintas untuk dua ruas persimpangan, yaitu Jalan Kyai Haji Wahid Hasyim - Jalan Mohammad Husni Thamrin dan Jalan Kebon Sirih - Jalan Mohammad Husni Thamrin, Jakarta Indonesia. Persimpangan bersinyal ini tersusun atas ruas jalan dengan 12 lajur dan 4 lajur dengan rambu lalu-lintas dan perlengkapan *actuated traffic control system* menggunakan data historical. Berdasarkan evolusi token gabungan diperoleh persamaan fundamental untuk evolusi token. Berdasarkan kebutuhan pemodelan keberangkatan kendaraan untuk pelanggar lampu merah dan penerobos lampu kuning, maka diperlukan pengembangan lebih lanjut terhadap SimHPN. Pemodelan dan simulasi dengan *hybrid Petri nets* pada penelitian ditujukan untuk melakukan sistem kendali optimal terhadap arus lalu-lintas, jumlah kendaraan di persimpangan, sehingga diperoleh aliran arus optimal pada area penelitian.

Kata kunci : *ITS*, pencacahan arus lalu-lintas, pengendalian lalu-lintas, *hybrid petri nets model*

Abstract

Research traffic dynamics modeling requires the enumeration of traffic flow data on many road network nodes. Information enumeration traffic flows are applied to the analysis model of the road network control or control the intersection area, either as a standalone junction (isolated) and the coordinative intersection. Classification of types and traffic conditions used for this control is determined by ITS transportation management policy or government. Estimation and prediction of traffic conditions in real terms are based on information obtained by traffic counting. Counting of traffic flows is aimed to determine the probability distribution function (pdf) traffic flow for the intersection of two segments, namely Jalan Kyai Haji Wahid Hasyim - Jalan Mohammad Husni Thamrin and Jalan Kebon Sirih - Jalan Mohammad Husni Thamrin, Jakarta, Indonesia. Signalized intersection is composed of roads with 12 lanes and 4 lanes with traffic signs and fixtures actuated traffic control system using historical data. Based on the

evolution of the combined token, it was obtained fundamental equation for the evolution of the token. Based on the modeling, the needs of departure vehicle for red light violators and breakthrough yellow light, it would require further development to SimHPN. Modeling and simulation of hybrid Petri nets on this research are aimed to perform optimal control system for traffic flow, the number of vehicles at intersections, in order to obtain optimal current flow in the study area.

Keywords : ITS, counting of traffic flows, traffic control, hybrid petri nets model

Diterima (*received*) : 11 Februari 2015, Direvisi (*reviewed*) : 27 Februari 2015, Disetujui (*accepted*) : 12 Maret 2015

PENDAHULUAN

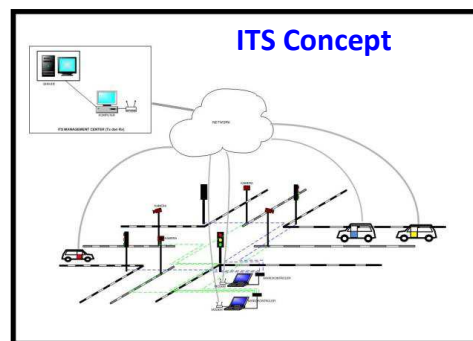
Sistem transportasi cerdas (*Intelligent Transportation System - ITS*) adalah segala upaya secara sinergis untuk memanfaatkan teknologi dan konsep rekayasa sistem pada bidang teknik elektro dan teknologi informasi untuk mengembangkan dan meningkatkan kinerja sistem transportasi, baik dari aspek teoritis, eksperimental, dan operasional¹⁾. Rancang bangun ITS dalam penelitian ini mencakup pengerjaan untuk perencanaan, rekayasa dan manajemen lalu-lintas pada transportasi darat. Dalam pelaksanaan pekerjaan tersebut banyak menggunakan pemodelan dan simulasi.

Lingkup bidang penelitian ITS berdasarkan skala waktu diulas oleh Treiber dan Kesting²⁾. Bidang penelitian dinamika kendaraan menggunakan skala waktu sangat pendek < 0,1 detik untuk penerapan pada komponen kendaraan, seperti sistem pengapian mesin dan atau pengereman. Penelitian ini memiliki titik berat pada dinamika lalu-lintas dengan cakupan umum pemodelan interaksi antar kendaraan atau banyak kendaraan terhadap prasarana jalan dan sistem kendali lalu-lintas. Skala waktu bidang penelitian ini adalah untuk jangka pendek (< 1 jam) sampai *real-time* maupun skala waktu menengah (< mingguan) untuk penerapan pemodelan pengalihan dan pengaturan arus lalu-lintas. Pembahasan lanjut bidang penelitian perencanaan transportasi menggunakan analisa dengan skala waktu panjang (> mingguan) dengan tujuan perencanaan kebijakan manajemen sistem transportasi dan logistik.

Penelitian pemodelan dinamika lalu-lintas memerlukan data pencacahan arus lalu-lintas (*traffic counting*) pada banyak simpul jaringan jalan. Informasi pencacahan arus lalu-lintas tersebut dipergunakan untuk analisa model pengendalian jaringan jalan ataupun pengendalian area persimpangan, baik sebagai persimpangan mandiri (*isolated*) maupun persimpangan koordinatif

sebagaimana pada Papageorgiou dkk.^{3,4)}. Skema keterhubungan antar komponen ITS dapat dilihat pada Gambar 1.

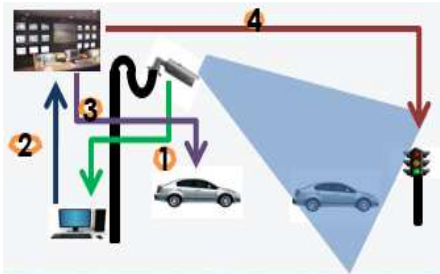
Perangkat pengendali arus lalu-lintas terdiri dari perangkat kendali arus lalu-lintas langsung di persimpangan, disebut sebagai Alat Pemberi Isyarat Lalu-lintas (APILL) dan perangkat kendali tidak langsung di jaringan jalan, disebut sebagai Variable Message Sign (VMS) ataupun Graphical Route Information Panel (GRIP). Penggolongan jenis dan kondisi lalu-lintas yang dipergunakan untuk pengendalian ini ditentukan oleh kebijakan manajemen transportasi ITS ataupun pemerintah. Estimasi dan prediksi kondisi lalu-lintas secara riil diperoleh berdasarkan informasi hasil pencacahan arus lalu-lintas.



Gambar 1
Skema Konsep Dasar ITS

Peta penelitian ini untuk pengaturan dinamika arus lalu-lintas mencakup penelitian mengenai pencacahan dan pemroses data arus; estimasi kondisi arus (*traffic state estimation*) dan prediksi kondisi arus (*traffic state prediction*). Keterhubungan dalam peta penelitian ini dapat dilihat dalam Gambar 2. Estimasi kondisi arus adalah penyesuaian dan validasi besaran trafik sesaat hasil akuisisi data detektor trafik dengan algoritma estimasi untuk skala ruang antara 0,5-2 km panjang ruas jalan dengan jangka waktu proses antara 5-10 detik berdasarkan Papageorgiou⁵⁾, Tolba⁶⁾ dan

Wang dkk.⁷⁾ untuk prediksi kondisi arus berlaku jangka waktu hasil antara 10-20 menit kemudian. Proses prediksi ini dapat memerlukan masukan data sekunder (*historical data*) dan perilaku lalu-lintas satu ruas jalan.



Gambar 2
Keterkaitan antar Komponen dalam ITS

Batasan skala ruang untuk ruas jalan dan jangka waktu ini menunjukkan, bahwa estimasi dan prediksi parameter arus lalu-lintas dilakukan membentuk pemodelan untuk potongan ruas jalan. Penggabungan dari potongan pemodelan ruas jalan ini membentuk jaringan jalan maupun persimpangan.

BAHAN DAN METODE

Pemodelan ITS

Secara umum *Petri net* adalah metode untuk pemodelan dan simulasi dinamika sistem kejadian diskrit (*Discrete Event Dynamic System - DEDES*) dengan kemampuan menggabungkan pemodelan modular, secara grafis dan formulasi matematis. Sifat hubungan antara setiap komponen modular, antara lain: *concurrent*, *parallel*, ataupun *non-deterministic*. *Petri net* diinisiasi sejak tahun 1962 oleh Petri⁸⁾. Penelitian sifat dasar dan contoh penerapan *Petri net* diskrit diulas oleh Murata⁹⁾ dan Silva¹⁰⁾. Perkembangan selanjutnya untuk penelitian dasar adalah *Petri net* menerus dan *hybrid* oleh Recalde dkk.¹¹⁾, Hanzálek¹²⁾, maupun David dan Alla¹³⁾.

Rangkuman penelitian pemodelan ITS dengan *Petri net* terdapat pada Ng dkk.¹⁴⁾. Pemodelan ITS untuk dinamika lalu-lintas makroskopik dengan *Petri net* terbagi atas 1) pemodelan dan pengendalian ruas jalan, 2) pemodelan dan pengendalian persimpangan, 3) pemodelan pergerakan kendaraan di dalam ruas jalan, dan 4) pemodelan pengarah rute perjalanan. Secara umum pada penelitian ITS ini, pemodelan *hybrid Petri net* terbagi menjadi *autonomous*, *untimed hybrid Petri net (HPN)* dan *timed hybrid Petri net (timed HPN)*.

Untimed Hybrid Petri Nets (HPN)

Struktur jaringan N untuk pemodelan dengan *untimed hybrid Petri net (HPN)* tersusun atas 4 komponen utama¹⁵⁾, yaitu $N = \langle P, T, Pre, Post \rangle$, dengan P adalah himpunan terbatas seluruh *place* p , T adalah himpunan terbatas seluruh *transisi* t . Pre adalah matriks pra-insiden, yaitu matriks himpunan bobot dari setiap anak panah dari *place* p ke *transisi* t . $Post$ adalah matriks paska-insiden, yaitu matriks himpunan bobot dari setiap anak panah dari *transisi* t ke *place* p . Setiap anak panah tersebut hanya memiliki satu arah. Nilai untuk setiap anak panah sebagai komponen matriks pra- dan paska insiden adalah $Pre, Post \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{|P| \times |T|}$. Dinamika struktur jaringan untuk model *Petri nets* tersebut dapat diperoleh dari matriks aliran token (*token flow matrix*) atau matriks insiden $C = Post - Pre$.

Suatu model *Petri nets* berdasarkan struktur jaringan N saja adalah bersifat statis. Dinamika keadaan suatu model pada struktur jaringan *Petri net* secara dinamis adalah $N = \langle N, m_0 \rangle$. Vektor matriks m dan m_0 adalah vektor matriks jumlah token dan jumlah token awal untuk *place* $p \in P$ dengan $m, m_0 \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{|P|}$. Dinamika evolusi token dihasilkan oleh *firing*. Proses *firing* dipicu dan diaktifkan oleh kejadian tertentu. Pengaktifan kejadian tertentu (*event enabling*) untuk *transisi* t_j sebelum terjadi *firing* tergantung minimal pada persamaan nilai *enabling degree (enab)*¹⁶⁾.

$$enab(t_j, m) = \begin{cases} \min_{p \in \bullet t_j} \left[\frac{m_p}{Pre(p, t_j)} \right], & \text{if } t_j \in T^d \\ \min_{p \in \bullet t_j} \frac{m_p}{Pre(p, t_j)}, & \text{if } t_j \in T^c \end{cases}$$

Proses *firing* dapat terjadi, jika dan hanya jika *transisi* dalam kondisi aktif (*enabled*). *Firing* pada *transisi* menghasilkan evolusi token pada himpunan *place*. Proses evolusi token dapat dibedakan menjadi evolusi token tunggal untuk setiap langkah kejadian *firing* dan evolusi token gabungan untuk rangkaian *firing* dari nilai awal token hingga mencapai nilai token tertentu. Evolusi token tunggal pada *fireable* *transisi* t_j , menghasilkan vektor matriks token baru m' dari vektor matriks token awal m_0 ^{17,18)} dengan persamaan $m' = m_0 + \alpha \cdot C(\bullet, t_j)$. Nilai token untuk vektor matriks $m_0, m' \geq 0$. Notasi lain proses evolusi token untuk satu langkah *firing* *transisi* t_j adalah $m_0 \langle t_j(\alpha) \rangle m'$.

Proses evolusi gabungan merangkai hasil evolusi token tunggal. Hasil evolusi gabungan dipergunakan untuk verifikasi

ketercapaian (*reachability*) nilai akhir vektor matriks token m_k dari vektor matriks token awal m_0 . Evolusi *fireable* t_j adalah $m_0 \langle \sigma_j \rangle m_k \Rightarrow m_k = m_0 + C \sum_{i=1 \dots k} \text{enab}(t_{ji}(\alpha_i), m)$ dengan rangkaian *firing* berurutan berjumlah terbatas untuk *fireable* transisi t_j . Akumulasi nilai *firing* aktual α selama evolusi token gabungan disimbolkan dengan σ dengan demikian $\sigma_j = \sum_{i=1 \dots k} \text{enab}(t_{ji}(\alpha_i), m) = \sum_{i=1 \dots k} \alpha_i$. Parameter σ disebut sebagai vektor matriks penghitung *firing*. Dengan demikian berdasarkan evolusi token gabungan diperoleh persamaan fundamental untuk evolusi token¹⁹⁾ menjadi $m = m_0 + C \cdot \sigma$.

Timed Hybrid Petri Nets (timed HPN)

Timed HPN adalah *untimed HPN* dengan fungsi waktu pada kecepatan *firing* internal (*internal firing rate*) $\lambda \in \mathbb{R} \geq 0$ ¹⁷⁾. Komponen utama *timed HPN* adalah $N = \langle N, m_0, \lambda \rangle$. Pada *fireable* transisi $t \in T^D$ yang dikenal sebagai *timed discrete firing* terdapat *deterministic delay*, *immediate*- dan *probabilistic distributed delay firing* menurut Júlvez dan Boël²⁰⁾, dan Júlvez dkk.²¹⁾.

Timed HPN untuk transisi kontinyu $t \in T^C$ berkaitan erat dengan proses evolusi token gabungan. Penyelesaian persamaan fundamental untuk transisi kontinyu sebagai fungsi waktu adalah $m(\tau) = m_0 + C \cdot \sigma(\tau)$, dengan $\sigma(\tau)$ adalah vektor penghitung *firing* pada interval $[0, \tau]$. Turunan pertama persamaan fundamental berdasarkan waktu adalah $\dot{m} = C \cdot \sigma$ atau ditulis $\dot{m} = C \cdot f$.

Secara konseptual terdapat dua jenis *timed firing* utama transisi kontinyu, yaitu *timed firing* transisi kontinyu dengan *infinite server semantic* (*ISS firing*), dan *timed firing* transisi kontinyu dengan *finite server semantic* (*FSS firing*). Pada penelitian ini, persamaan aliran arus transisi pada *ISS firing* untuk transisi t_i sesuai Júlvez dkk.²¹⁾ adalah $f_i = \lambda_i \cdot \min_{p_j \in \bullet t_i} (m_j / \text{Pre}(p_j, t_i))$. Aliran arus f_i untuk transisi t_i merupakan fungsi dari nilai kecepatan *firing* internal λ_i dan *enabling degree* $\text{enab}(t_j, m)$.

Distribusi Probabilitas Lalu-Lintas Persimpangan

a. Pencacahan Lalu-lintas Persimpangan

Pencacahan arus lalu-lintas bertujuan untuk menentukan fungsi distribusi probabilitas (pdf) arus lalu-lintas untuk dua ruas persimpangan, yaitu Jalan Kyai Haji Wahid Hasyim - Jalan Mohammad Husni Thamrin dan Jalan Kebon Sirih - Jalan Mohammad Husni Thamrin, Jakarta Indonesia. Persimpangan bersinyal ini tersusun atas ruas jalan dengan 12 lajur dan

4 lajur dengan rambu lalu-lintas dan perlengkapan *actuated traffic control system* menggunakan data historikal^{22,23,24)}.

Hasil pencacahan kendaraan^{23,24)} menunjukkan, bahwa terdapat kecenderungan tinggi untuk tidak melanggar APILL saat lampu merah, namun selalu terjadi penerobosan kendaraan saat lampu kuning. Data menunjukkan pula, bahwa jumlah pelanggar lampu merah untuk jalan dengan lajur lebih banyak memiliki kecenderungan lebih tinggi.

b. Tes Analisis Distribusi Kendaraan

Analisis distribusi keberangkatan kendaraan pada satu ruas jalan terhadap hasil pencacahan kendaraan^{23,24)} dilakukan untuk pemodelan matematis pelanggaran dan penerobosan APILL pada ruas jalan lanjutan. Distribusi keberangkatan kendaraan pada satu ruas jalan dilakukan menggunakan Kolmogorov-Smirnov *hypothesis test* (KS-test). Analisis distribusi kendaraan^{23,24)} dengan KS-test menunjukkan, bahwa pemodelan untuk kendaraan pelanggar lampu merah menggunakan pilihan fungsi distribusi probabilitas eksponensial atau normal, namun tidak dapat menggunakan fungsi distribusi probabilitas poisson. Pemodelan untuk kendaraan penerobos lampu kuning dapat menggunakan pilihan fungsi distribusi probabilitas poisson, eksponensial ataupun normal. Selanjutnya dapat diketahui pula, bahwa jumlah lajur pada ruas jalan secara umum tidak berpengaruh terhadap fungsi distribusi probabilitas.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Kemampuan perangkat pemodelan SimHPN¹⁷⁾ untuk *hybrid Petri nets* adalah secara khusus menggunakan fungsi distribusi probabilitas eksponensial untuk transisi kontinyu ataupun diskrit. Berdasarkan kebutuhan pemodelan keberangkatan kendaraan untuk pelanggar lampu merah dan penerobos lampu kuning, maka diperlukan pengembangan lebih lanjut terhadap SimHPN.

Penelitian mengenai *hybrid Petri nets* dengan banyak fungsi distribusi probabilitas diinisiasi oleh Horton dkk.²⁵⁾ dengan menggunakan kategori kelas *fluid stochastic Petri nets*. Dengan demikian kategori pemodelan untuk kendaraan pelanggar lampu merah dan penerobos lampu kuning pada penelitian²⁴⁾ adalah termasuk *hybrid Petri nets*, namun secara khusus untuk gabungan model matematis pelanggaran

dan penerobos lampu lalu-lintas masuk ke dalam kategori kelas *fluid stochastic Petri nets* berdasarkan Horton dkk.²⁵⁾.

Pemodelan dan simulasi dengan *hybrid Petri nets* pada penelitian^{22,23,24)} ditujukan untuk melakukan simulasi sistem kendali optimal melalui APILL di persimpangan, sehingga diperoleh aliran arus optimal pada area persimpangan tersebut. Langkah pertama pemodelan adalah pengembangan model arus lalu-lintas makroskopik untuk simulasi kendali optimal persimpangan dengan *hybrid Petri nets* berdasarkan Júlvez dan Boèl²⁰⁾. Langkah berikutnya untuk menentukan kondisi lalu lintas arus bebas, arus stabil dan arus tertahan pada model tersebut dipergunakan parameter λ .

Fungsi distribusi probabilitas dapat dimasukkan dalam model ini untuk meningkatkan analisis bidang keselamatan lalu lintas, berdasarkan tingkat pelanggaran lampu merah dan penerobos lampu kuning terhadap penentuan siklus APILL.

SIMPULAN

Metode hybrid Petri nets perlu untuk dikembangkan lebih lanjut sesuai dengan kategori kelas *fluid stochastic Petri nets* berdasarkan Horton dkk. Pengembangan tersebut diperlukan berdasarkan kebutuhan pemodelan keberangkatan kendaraan dengan menggunakan SimHPN untuk pemodelan pelanggaran lampu merah dan penerobos lampu kuning. Pemodelan ini diperlukan lebih lanjut untuk analisa keselamatan lalu-lintas.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih disampaikan kepada Menteri Riset dan Teknologi untuk penetapan program beasiswa pascasarjana 2010 dan pejabat BPPT untuk ijin dan dukungan data survay persimpangan, sehingga penelitian ini dapat terlaksana dengan baik. Makalah ini merupakan bagian dari disertasi program doktor di Fakultas Teknik Universitas Indonesia. Penelitian ini didanai oleh Kementerian Ristek.

DAFTAR PUSTAKA

1., *IEEE Intelligent Transportation System Society website*, diakses 05 Maret 2015, <http://its.ieee.org/about/>.

2. Treiber, M., dan Kesting, A., *Verkehrsdynamik und –simulation: Daten, Modelle und Anwendungen der Verkehrsflussdynamik*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010.
3. Papageorgiou, M.; Blosseville, J.-M. dan Hadj-Salem, H., "Macroscopic Modelling of Traffic Flow on the Boulevard Périphérique in Paris," *Transp. Res.-B: Methodological*, Vol. 47, hal. 29–47, Februari, 1989.
4. Papageorgiou, M., Diakaki, C., Dinopoulou, V., dan Kotsialos, A., "Review of Road Traffic Control Strategies," *Proceedings of the IEEE*, Vol. 91, No. 12, hal. 2043–2067, Desember, 2003.
5. Papageorgiou, M., "Some Remarks On Macroscopic Traffic Flow Modelling," *Transportation Research.-A*, vol. 32, No. 5, hal. 323–329, September, 1998.
6. Tolba, C., Lefebvre, D., Thomas, P., dan El Moudni, A., "Continuous and Timed Petri Nets for the Macroscopic and Microscopic Traffic Flow Modelling," *Simulation Modelling Practice and Theory*, Vol. 13, No. 5, hal. 407–436, Juli, 2005.
7. Wang, Y., Coppola, P., Tzimitsi, A., Messner, A., Papageorgiou, A., dan Nuzzolo, A., "Real-Time Freeway Network Traffic Surveillance: Large-Scale Field-Testing Result in Southern Italy," *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.*, Vol. 12, No. 2, hal. 548–562, Juni, 2011.
8. Petri, C. A., "Kommunikation mit Automaten", *Dissertation*, von der Fakultät für Mathematik und Physik der Technischen Hochschule Darmstadt, 1962.
9. Murata, T., "Petri Nets: Properties, Analysis and Applications," *Proceedings of the IEEE*, Vol. 77, No. 4, hal. 541–580, April, 1989.
10. Silva, M., *Introducing Petri Nets, in Practice of Petri Nets in Manufacturing*, Chapman & Hall, hal. 1–62, 1993.
11. Recalde, L., Teruel, E., dan Silva, M., "Autonomous Continuous P/T systems," in *Application and Theory of Petri Nets 1999*, ser. Lecture Notes in Computer Science, J. K. S. Donatelli, Ed., Vol. 1639. Springer, hal. 107–126, 1999.
12. Hanzálek, Z., "Continuous Petri Nets and Polytopes", *IEEE International Conference on Syst., Man, Cybern.*, Vol. 2, hal. 1513–1520, Washington, D.C., 5-8 Oktober, 2003.
13. David, R., dan Alla, H., *Discrete, Continuous, and Hybrid Petri Nets*,

- Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2004 (Revised 2nd edition, 2010).
14. Ng, K. M., Reaz, M. B. I., dan Ali, M. A. M., "A Review on the Applications of Petri Nets in Modeling, Analysis, and Control of Urban Traffic," *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.*, Vol. 14, hal. 858–870, Juni, 2013.
 15. Silva, M., dan Recalde, L., "Petri Nets and Integrality Relaxations: A View of Continuous Petri Net Models," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. C: Appl. Rev.*, Vol. 32, No. 4, hal. 314–327, November, 2002.
 16. Balduzzi, F., Giua, A., dan Menga, G., "First-Order Hybrid Petri Nets: A Model for Optimization and Control," *IEEE Trans. Robot. Autom.*, Vol. 16, No. 4, hal. 382–399, Agustus, 2000.
 17. Di Febbraro, A., Giglio, D., dan Sacco, N., "Urban Traffic Control Structure Based on Hybrid Petri Nets," *IEEE Trans. Intell. Transp. System*, Vol. 5, No. 4, hal. 224–237, Desember, 2004.
 18. Júlvez, J., "Algebraic Techniques for the Analysis and Control of Continuous Petri Nets," Thesis Doctoral, Departamento de Informatica e Ingenieria de Zaragoza, November, 2004.
 19. Júlvez, J., Recalde, L., dan Silva, M., "Steady-State Performance Evaluation of Continuous mono-T-semiflow Petri nets," *Automatica*, Vol. 41, hal. 605–616, April, 2005.
 20. Júlvez, J. dan Boèl, R. K., "A Continuous Petri Net Approach for Model Predictive Control of Traffic Systems," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. Part A*, Vol. 40, no. 4, hal. 686–697, Juli, 2010.
 21. Júlvez, J., Mahulea, C., dan Vázquez, C. R., "SimHPN: A MATLAB Toolbox For Simulation, Analysis and Design with Hybrid Petri Nets," *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, Vol. 6, hal. 806–817, Mei, 2012.
 22. Ramli, K. dan Harjono, M. S., "Deadlock-freeness Properties of Petri Nets in Urban Traffic Network: A Survey," *International Symposium on Chaos Revolution in Science, Technology and Society*, Depok, Indonesia, 21-22 Februari, 2011.
 23. Harjono, M. S., Halim, A. dan Ramli, A., "Simulation of Improved Hybrid Petri Nets Intersection Model Considering Traffic Distribution," *International Journal of Soft Computing*, Vol. 7, Iss. 4, hal. 217–223, 2012.
 24. Azzumar, M., Halim, A., dan Harjono, M. S., "Performance Evaluation of Two Ways Urban Traffic Control System Based on Macroscopic Hybrid Petri Net Model", *International Conference on Advanced Computer Science and Information Systems*, Bali, Indonesia, 28-29 September, 2013
 25. Horton, G., Kulkarni, V. G., Nicol, D. M., dan Trivedi, K. S., "Fluid stochastic Petri nets: Theory, applications, and solution techniques", *European Journal of Operational Research*, Vol. 105, hal. 184–201, Februari, 1998.