

PEMODELAN RUAS JALAN TUNGGAL DENGAN DIAGRAM FUNDAMENTAL TRIANGULAR EQUILIBRIUM

MODELING OF EQUILIBRIUM TRIANGULAR FUNDAMENTAL DIAGRAM ON A SINGLE ROAD LINK

Mulyadi Sinung Harjono, Djoko Prijo Utomo

Pusat Teknologi Sistem dan Prasarana Transportasi
Kedepatian Teknologi Industri Rancang Bangun dan Rekayasa - BPPT
Gedung Teknologi 2 BPPT Lantai 3, Kawasan PUSPIPTEK, Tangerang Selatan 15314
Telp: 021-75875938; Fax. 021-75875946
e-mail: mulyadi.sinung@bppt.go.id, djoko.prijo@bppt.go.id

Abstrak

Paper ini berisi tentang model ruas jalan tunggal untuk kondisi lalu lintas kendaraan makroskopik pada ruas jalan tunggal berdasarkan diagram-fundamental-*triangular-equilibrium* (DFTe) dengan hybrid – Petri nets. Integrasi DFTe ke dalam model HPN dilakukan dengan memodelkan 1) infrastruktur ruas jalan menggunakan struktur dinamis jaringan HPN, 2) dinamika jumlah kendaraan pada titik keluar ruas jalan saat *steady-state* dengan parameter kecepatan *firing* internal λ . Kondisi lalu lintas kendaraan pada ruas jalan tunggal ditunjukkan oleh evolusi aliran arus dan evolusi token saat *steady-state*. DFTe diperoleh dari kumpulan berbagai kondisi lalu lintas kendaraan *steady-state* pada ruas jalan tertentu. Non-linearitas DFTe dimodelkan dengan sinkronisasi *transition* HPN menggunakan minimum-operator. Penelitian ini menghasilkan pemodelan baru DFTe menggunakan *timed* HPN dengan *infinite-server-semantics* untuk diterapkan pada ruas jalan tunggal. Pemodelan baru DFTe untuk ruas jalan tunggal terbukti lebih baik, karena dapat menunjukkan kondisi lalu lintas arus bebas, arus stabil dan arus tertahan.

Kata kunci : triangular fundamental diagram; model ruas jalan tunggal, hybrid petri nets.

Abstract

This paper focuses on hybrid-Petri-net (HPN) modeling for macroscopic vehicle traffic flow on single-road-links and road-networks based on the equilibrium-triangular-fundamental-diagram (DFTe). The integration of DFTe into the HPN models is performed by 1) modeling road-link infrastructures using dynamic-structure of HPN, 2) determining the steady-state number of vehicles at the road link output using internal firing speed λ . Vehicle traffic condition for a single-road-link is shown by vehicle-traffic-flow evolution and token evolution at steady-state. The DFTe is obtained by computing various steady-state vehicle traffic condition on a single-road-link. Non-linearity modeling of DFTe is performed by synchronization of a HPN transitions using minimum-operator. This paper has contribution, i.e. enhanced DFTe modeling using timed HPN under infinite-server-semantics for single-road-links and road-networks. The enhanced DFTe modeling for single-road-links has been proven to perform better in the free-flow, saturated and synchronized state of vehicle traffic.

Key Words : triangular fundamental diagram; single road link models; hybrid petri nets

Diterima (received) : 22 Maret 2019 , Direvisi (revised) : 05 April 2019,
Disetujui (accepted) : 15 Mei 2019

PENDAHULUAN

Sistem transportasi cerdas (*Intelligent Transportation System - ITS*) adalah suatu sistem yang dibentuk dengan segala upaya dan secara sinergis memanfaatkan teknologi dan konsep rekayasa sistem bidang teknik elektro dan teknologi informasi untuk mengembangkan dan meningkatkan kinerja sistem transportasi, baik dari aspek teoritis, eksperimental, dan operasional¹⁾. Penerapan ITS mencakup perencanaan, rekayasa teknik dan manajemen operasi pengendalian lalu lintas. Analisis lalu lintas untuk penerapan ITS dapat dilakukan melalui pemodelan dan simulasi secara mikroskopik, mesoskopik dan makroskopik²⁾. Pada paper ini, kondisi lalu lintas suatu ruas jalan dimodelkan secara makroskopik dengan melakukan diskretisasi-ruang jalan. Hasil diskretisasi ini membentuk suatu model yang tersusun atas banyak ruas jalan tunggal. Setiap model untuk satu ruas jalan tunggal memiliki karakteristik makroskopik yang sama. Karakteristik makroskopik model untuk satu ruas jalan tunggal ditunjukkan oleh 3 (tiga) parameter makroskopik yang saling terkait, yaitu kepadatan kendaraan (*density*), aliran arus kendaraan (*throughput, traffic-flow*) dan kecepatan rata-rata banyak kendaraan.

Keterkaitan spesifik antar parameter makroskopik pada satu ruas jalan terjadi pada kondisi *steady state* dan kondisi *equilibrium*. Kondisi *steady state* terjadi ketika terdapat kondisi lalu lintas tertentu yang menyebabkan masing-masing parameter makroskopik tersebut mencapai nilai stabil. Kondisi *equilibrium* adalah kumpulan segala kemungkinan kondisi *steady state* untuk satu ruas jalan tertentu yang dipetakan pada diagram antar parameter makroskopik dan disebut sebagai diagram fundamental lalu lintas (*fundamental traffic diagram*). Pada diagram fundamental (lalu lintas) *equilibrium* tersebut diperoleh penggolongan kondisi lalu lintas dan tingkat pelayanan jalan, yaitu kondisi arus bebas (*free-flow state*), arus stabil (*saturated state*), arus tertahan (*synchronized state*) maupun macet total (*jammed*). Ukuran kinerja diagram fundamental *equilibrium* pada paper ini berdasarkan hubungan antara parameter aliran arus kendaraan terhadap kepadatan kendaraan. Konsep diagram fundamental (*equilibrium*) ini diperkenalkan oleh Lighthill, Whitham, dan Richards disebut sebagai model-LWR. Pendekatan model-LWR ini disederhanakan secara matematis menjadi diagram fundamental *triangular* (DFT)³⁾. Pemodelan untuk jalan

yang panjang memerlukan diskretisasi-ruang jalan menjadi potongan banyak ruas jalan tunggal sesuai DFT. Gabungan model ruas jalan tunggal menjadi model jaringan jalan dibuktikan secara matematis dengan *finite element*³⁾ dan dengan stochastic hybrid model⁴⁾.

Dalam paper ini dilakukan pemodelan sistem DFT dengan *hybrid* Petri net (HPN) untuk ruas jalan tunggal dan jaringan jalan. HPN adalah suatu metode formal untuk pemodelan kejadian diskrit dan kontinyu dengan kemampuan grafis untuk menyusun pemodelan modular, dan dengan kemampuan formulasi matematis aljabar dalam bentuk matriks. Pemodelan modular adalah metode penguraian suatu proses ke dalam model sesuai konsep simpul struktur jaringan Petri net. Struktur Petri net ini merupakan *bipartite graph* yang tersusun atas dua jenis simpul, yaitu *place* dan *transition*. Kedua simpul dapat terhubung hanya oleh satu anak panah searah. Perubahan nilai "state" pada HPN ditunjukkan oleh jumlah token (*marking*) dalam *place*, dan digunakan untuk menunjukkan dinamika model sistem. Formulasi matematis proses perubahan nilai "state" pada HPN terdapat pada *transition*. Formulasi matematis pada *transition* mencakup proses aktifasi (*enabling*), pelepasan token (*firing*), evolusi token pada *place*, dan evolusi aliran arus pada *transition*.

Pemodelan sistem dengan Petri net disebut pemodelan *hybrid*, apabila memenuhi karakteristik 1). pemodelan sistem kejadian diskrit dengan analisa dan simulasi menggunakan komponen *transition* Petri net diskrit dan kontinyu secara bersamaan dalam satu model³⁾, ataupun 2). pemodelan sistem kejadian diskrit bersifat *piecewise-linier* dengan menggunakan sinkronisasi pada komponen *transition* Petri net kontinyu⁵⁾.

Penelitian ITS mutakhir untuk pemodelan diagram fundamental pada ruas jalan dengan HPN telah dilakukan oleh Júlvez dan Boèl⁶⁾ dan Fanti *et al.*⁷⁾. Júlvez dan Boèl⁶⁾ telah mengusulkan dua konsep, yaitu:

- 1) Pemodelan mendekati DFT *equilibrium* pada ruas jalan tunggal dengan ketergantungan pada dua peubah (*variable*) untuk kondisi lalu lintas arus bebas, dan
- 2) Pemodelan diagram fundamental *equilibrium* pada jaringan jalan hanya untuk kondisi lalu lintas arus tertahan saja.

Penelitian pemodelan diagram fundamental *equilibrium* oleh Fanti *et al.*⁷⁾ pada ruas jalan tunggal dan jaringan jalan

bebas hambatan menggunakan *first-order hybrid Petri net* (FOHPN), dimana terdapat data parameter makroskopik riil pembentuk diagram fundamental, dan skenario simulasi untuk evaluasi kinerja jaringan jalan. Berdasarkan penelitian pemodelan diagram fundamental mutakhir pada ruas jalan tunggal dan jaringan jalan^{6,7)}, maka pada paper ini dilakukan pengembangan lebih lanjut pemodelan baru DFT *equilibrium* dengan HPN.

Tujuan penelitian ini adalah mengembangkan pemodelan baru DFT *equilibrium* untuk ruas jalan tunggal menggunakan HPN dengan kemampuan memodelkan kondisi lalu lintas arus bebas, arus stabil dan arus tertahan. Pengembangan pemodelan baru ini diawali dengan analisis kebutuhan parameter model sistem. Analisis dilakukan dengan memisahkan parameter tetap (statis) untuk infrastruktur jalan dan parameter dinamis terkait aliran arus kendaraan. Hasil analisis parameter ini menjadi dasar dikembangkannya model baru HPN untuk DFT *equilibrium* untuk seluruh kondisi arus lalu lintas pada ruas jalan tunggal. Hasil analisis utama model sistem yang dikembangkan menunjukkan, bahwa kecepatan *firing* internal λ pada pemodelan baru HPN menentukan dinamika jumlah (aliran arus) kendaraan pada titik keluar ruas jalan tunggal saat *steady-state*.

Analisa kinerja yang dilakukan terhadap hasil pemodelan baru HPN untuk DFT *equilibrium* pada ruas jalan tunggal adalah mencakup analisa struktural jaringan, analisa urutan kemungkinan *firing* (*firing sequence*) dan analisa matematis. Evaluasi kinerja lanjutan menggunakan data penelitian riil Fanti *et al.*⁹⁾ terhadap pemodelan baru HPN tersebut adalah mencakup 1). evaluasi *reachability* nilai token untuk setiap *place*, dan 2). evaluasi kondisi lalu lintas arus bebas, arus stabil dan arus tertahan saat *steady-state* untuk aliran token dan aliran arus *transition*. Akhirnya, berdasarkan simulasi model untuk berbagai kondisi lalu lintas saat *steady-state* tersebut diperoleh diagram fundamental *triangular equilibrium* pada ruas jalan tunggal tertentu tersebut.

Kemudahan yang diperoleh dari pemilihan penggunaan HPN untuk pemodelan ruas jalan tunggal dan jaringan-jalan adalah sebagai berikut.

1). Sifat modular model Petri nets menunjang konsep makroskopik untuk diskretisasi-ruang jalan, sehingga model jaringan jalan dapat terbentuk dari model gabungan banyak model ruas jalan tunggal.

2). Kemampuan dekomposisi simpul pemodelan Petri nets menunjang proses penguraian sifat non-linieritas pada model dengan konsep diagram fundamental *triangular* untuk kondisi lalu lintas arus bebas, arus stabil, dan arus tertahan.

3). Kemampuan simulasi evolusi aliran arus setiap *transition* dan evolusi token setiap *place* berdasarkan waktu menunjang kemampuan analisa parameter pada kondisi *steady state* dan kondisi *equilibrium*.

Kontribusi pertama adalah pemodelan baru HPN untuk diagram fundamental *triangular equilibrium* pada ruas jalan tunggal. Model baru ini terbukti mampu menunjukkan kondisi lalu lintas arus bebas, arus stabil dan arus tertahan. Dengan demikian, pemodelan baru HPN ini mampu mendekati realitas kondisi lalu lintas ruas jalan tunggal dengan lebih baik dibandingkan dengan model Júlvez dan Boèl⁶⁾ yang hanya mampu menunjukkan kondisi lalu lintas terbatas untuk kondisi lalu lintas arus tertahan saja.

TINJAUAN TEORITIS

Penerapan model-LWR untuk kondisi lalu lintas rata-rata memerlukan pembagian jaringan jalan x menjadi potongan banyak ruas jalan tunggal (*spatial discretization*) dengan masing-masing dari titik lokasi jalan x_i tertentu dan panjang ruas jalan l_i . Pada diskretisasi jaringan jalan ini berlaku $x = \sum_{i=1}^n x_i$ dengan n adalah jumlah diskretisasi. Setiap ruas jalan tunggal diasumsikan memiliki nilai parameter makroskopik yang sama dan homogen sepanjang potongan ruas jalan dan selama inkremen waktu dari saat t sampai Δt .

Hukum kekekalan kendaraan pada⁵⁾ untuk jaringan jalan x saat t adalah
$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} + = 0.$$

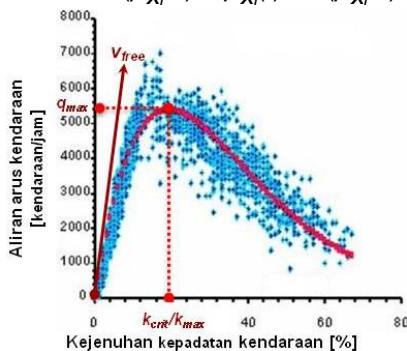
Dengan $\rho(x,t)$ adalah kepadatan kendaraan jaringan jalan x saat t , dan $q(x,t)$ adalah aliran arus lalu lintas pada jaringan jalan x saat t . Apabila perilaku dinamika lalu lintas pada model-LWR dianalogikan menurut hukum hidrodinamika untuk arus pergerakan partikel atau gas³⁾, maka hubungan matematis antar parameter makroskopik untuk potongan ruas jalan x_i saat t adalah $q_{x_i}(t) = \rho_{x_i}(t) \cdot v_{x_i}(t)$, dengan v_{x_i} adalah estimasi kecepatan rata-rata banyak kendaraan untuk ruas jalan x_i selama inkremen Δt dimulai saat t .

Hasil pengukuran ketiga parameter makroskopik kondisi lalu lintas rata-rata ataupun estimasinya untuk ruas jalan x_i saat t diperoleh setelah kondisi stabil (*steady state*) tercapai, yaitu selama inkremen Δt dimulai saat t . Pada kondisi *steady state* hasil pengukuran parameter makroskopik dianggap valid. Apabila parameter makroskopik untuk keseluruhan kondisi lalu lintas rata-rata saat *steady state* untuk ruas jalan x_i dicatat dan dikumpulkan selama kurun waktu mencukupi sedemikian rupa, sehingga seluruh kemungkinan kondisi lalu lintas rata-rata dapat terwakili dengan baik, maka diperoleh catatan kondisi lalu lintas *equilibrium* ruas jalan x_i . Pada kondisi *equilibrium* ini diperoleh segala kemungkinan keterkaitan antar parameter makroskopik yang tidak tergantung fungsi waktu, namun merupakan fungsi dari potongan ruas jalan tunggal. Pemetaan seluruh hubungan antar parameter makroskopik membentuk diagram fundamental lalu lintas *equilibrium* untuk ruas jalan x_i yang tidak tergantung dari fungsi waktu. Diagram fundamental *equilibrium* pada paper ini menunjuk pada hubungan antara parameter aliran arus lalu lintas terhadap kepadatan kendaraan.

Apabila kecepatan rata-rata banyak kendaraan yang diukur $v_{x_i}(t)$ dapat diestimasi dengan nilai kecepatan rata-rata yang diperoleh dari diagram fundamental *equilibrium* $V_e(\rho_{x_i}, t)$ sebagaimana $v_{x_i}(t) = V_e(\rho_{x_i}, t)$, maka nilai aliran arus lalu lintas *equilibrium* dapat diestimasi pula melalui diagram fundamental *equilibrium*. Sebelum memperoleh nilai estimasi aliran arus lalu lintas, maka berlaku hukum kekekalan kendaraan pada diagram fundamental *equilibrium* untuk setiap potongan ruas jalan x_i , yaitu

$$\frac{\partial \rho_{x_i}(t)}{\partial t} + \dots = 0. \text{ Sehingga, nilai hasil}$$

estimasi aliran arus lalu lintas kendaraan *equilibrium* Q_e berdasarkan diagram fundamental *equilibrium* adalah sesuai persamaan $Q_e(\rho_{x_i}, t) = \rho_{x_i}(t) \cdot V_e(\rho_{x_i}, t)$.



Gambar 1.

Diagram Fundamental Hidrodinamik⁸⁾

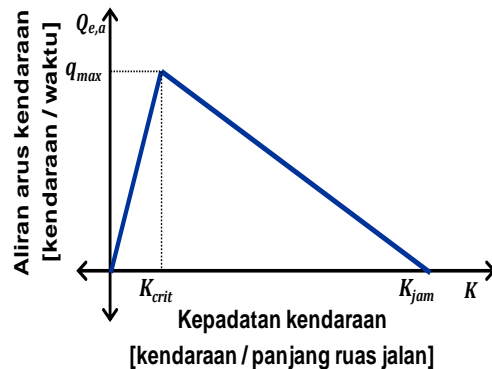
Diagram fundamental hidrodinamik⁸⁾ sesuai Gambar 1 adalah diagram fundamental *equilibrium* untuk arus lalu lintas kendaraan $Q_{e,a}$ pada ruas jalan a terhadap kepadatan kendaraan ρ dengan mengikuti prinsip hidrodinamik⁹⁾. Pemanfaatan prinsip hidrodinamik ini mengandalkan pengambilan data kecepatan rata-rata banyak kendaraan untuk membentuk kecepatan rata-rata banyak kendaraan *equilibrium*-hidrodinamik $V_{e,HFD}$, pada persamaan berikut ini.

$$V_{e,HFD}(\rho_{x_a}(K)) = v_{free} \cdot \exp[-(1/a_{HFD}) \cdot (K/K_{crit})^{a_{HFD}}] \quad (1)$$

Pembentukan diagram fundametal *equilibrium* hidrodinamik untuk ruas jalan tunggal x_a dengan asumsi $V_e(\rho_{x_a}, t) = V_{e,HFD}(\rho_{x_a}(K), t)$ adalah pada persamaan berikut dan Gambar 1.

$$Q_{e,a}(\rho(K), t) = \rho(K) \cdot v_{free} \cdot \exp \left[-\frac{1}{a_{HFD}} \left(\frac{\rho(K)}{\rho(K_{crit})} \right)^{a_{HFD}} \right] \quad (2)$$

Setiap titik biru pada Gambar 1 diagram fundamental hidrodinamik⁸⁾ menunjukkan hasil pengukuran arus lalu lintas terhadap kepadatan kendaraan pada kondisi *steady state*. Setiap titik merah pada pada Gambar 1 memperlihatkan *estimasi* diagram fundamental hidrodinamik pada diagram aliran arus lalu lintas kendaraan $Q_{e,a}$ terhadap kejenuhan kepadatan kendaraan $\rho(K)$ dalam %. Pada diagram fundamental hidrodinamik tersebut ditunjukkan aliran arus lalu lintas maksimum q_{max} saat kejenuhan kepadatan kendaraan kritikal dan kecepatan rata-rata banyak kendaraan pada kondisi arus bebas v_{free} .



Gambar 2.

Diagram Fundamental Triangular

Tinjauan teori selanjutnya adalah mengenai diagram fundamental *triangular* (DFT)³⁾ sesuai Gambar 2 yang merupakan

penyederhanaan secara matematis diagram fundamental (*equilibrium*) untuk parameter aliran arus terhadap kepadatan kendaraan dan berbentuk segitiga. Pemanfaatan DFT mengandalkan perubahan jumlah kendaraan yang berpotensi masuk ke ruas jalan dibandingkan terhadap ketersediaan ruang pada ruas jalan. Persamaan potensi aliran arus kedatangan kendaraan *equilibrium* disebut diagram *demand* $\Delta_{e,a}(\rho(K))$.

$$\Delta_{e,a}(\rho(K)) = \begin{cases} q_{s,a}^d(\rho(K)), & \text{untuk} \\ q_{max,a}, & \text{untuk } K_{crit} < \end{cases} \quad (3)$$

Persamaan untuk menunjukkan ketersediaan ruang sesuai kapasitas menerima arus lalu lintas kedatangan *equilibrium* disebut diagram *supply* $\Sigma_{e,a}(\rho(K))$ dan sesuai persamaan berikut ini.

$$\Sigma_{e,a}(\rho(K)) = \begin{cases} q_{max,a}, & \text{untuk } K \leq K_c \\ q_{s,a}^s(\rho(K)), & \text{untuk } K_{crit} < K \end{cases} \quad (4)$$

Diagram fundamental *triangular equilibrium* dibentuk oleh persamaan aliran arus *equilibrium* $Q_{e,a}$ yang tersusun sebagai hasil interaksi antara diagram *demand* $\Delta_{e,a}$ dan diagram *supply* $\Sigma_{e,a}$ untuk ruas jalan tunggal a terhadap kepadatan kendaraan $\rho(K)$ pada persamaan berikut.

$$Q_{e,a}(\rho(K)) = \min[\Delta_{e,a}(\rho(K)), \Sigma_{e,a}(\rho(K))] \quad (5)$$

Penyelesaian matematis untuk interaksi *demand* $\Delta_{e,a}$ dan *supply* $\Sigma_{e,a}$ menggunakan *minimum-operator* (*min*). Operator '*min*' adalah suatu operasi matematika untuk memilih (sinkronisasi) *output* perhitungan dari salah satu suku persamaan pilihan dengan nilai hasil perhitungan aliran arus lalu lintas kendaraan yang paling kecil, yaitu dari suku persamaan *demand* $\Delta_{e,a}$ atau suku persamaan *supply* $\Sigma_{e,a}$.

Kondisi lalu lintas kendaraan pada DFT sesuai Gambar 2 memiliki 3 (tiga) fase. Fase pertama adalah kondisi lalu lintas arus bebas dan jumlah kendaraan antara $0 < K < K_{crit}$. Kecepatan rata-rata banyak kendaraan pada kondisi arus bebas disebut kecepatan *free-flow* V_{free} . Fase kedua dinamakan kondisi lalu lintas arus tertahan dengan dengan jumlah kendaraan antara $K_{crit} < K < K_{jam}$. Kecepatan rata-rata banyak kendaraan pada kondisi tertahan dinamakan kecepatan tertahan atau gelombang sinkron V_{wave} . Fase ketiga adalah fase perpindahan kondisi lalu lintas arus bebas ke arus tertahan yang disebut kondisi arus stabil. Kondisi arus stabil ditandai oleh arus lalu lintas kendaraan maksimum $q_{max,a}$ dan kepadatan kendaraan dengan jumlah kendaraan kritical $K = K_{crit}$.

METODE PENELITIAN

Metode formal penelitian pemodelan pada paper ini menggunakan *hybrid* Petri net (HPN). Secara umum HPN terbagi atas *untimed* HPN dan *timed* HPN⁹. Komponen utama penyusun struktur jaringan *untimed* HPN adalah $\mathbf{N} = \langle P, T, \mathbf{Pre}, \mathbf{Post} \rangle$. Simpul pada struktur jaringan HPN dapat dihubungkan dengan anak panah yang hanya memiliki satu arah. Dinamika struktur jaringan HPN diperoleh dari matriks insiden $\mathbf{C} = \mathbf{Post} - \mathbf{Pre}$.

Model Petri nets yang hanya berdasarkan struktur jaringan \mathbf{N} saja bersifat statis. Dinamika kondisi keadaan (*state*) dalam struktur jaringan model HPN ditunjukkan oleh dinamika token dengan formulasi matematis $\mathbf{N} = \langle \mathbf{N}, \mathbf{m}_0 \rangle$. Vektor matriks \mathbf{m} adalah vektor matriks jumlah token pada setiap simpul $place \in P$ dengan nilai vektor matriks token dan token awal $\mathbf{m}, \mathbf{m}_0 \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{|P|}$. Dinamika struktur jaringan HPN dihasilkan oleh *firing*. Setiap *firing* dipicu atau diaktifkan oleh kejadian tertentu. Akibat proses *firing* tersebut terjadi evolusi token pada *place* dan evolusi aliran arus pada *transition*.

Proses pemenuhan persyaratan batas nilai minimal (*enabling degree*) pada *transition* untuk dapat aktif disebut pengaktifan kejadian (*event enabling transition*). Persamaan untuk menentukan nilai *enabling degree* (**enab**) *transition* _{t_j} ¹⁰.

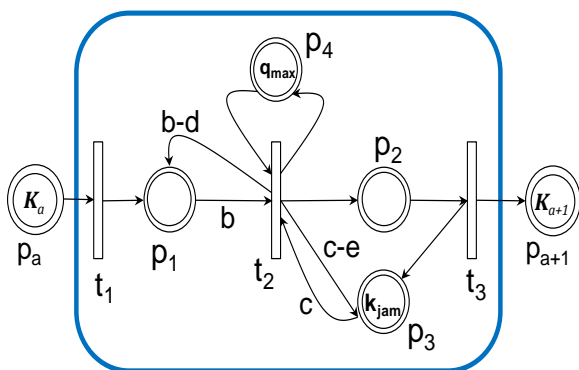
$$\mathbf{enab}(t_j, \mathbf{m}) = \begin{cases} \min_{p_i \in \bullet t_j} \left\lfloor \frac{m_i}{\mathbf{Pre}(p_i, t_j)} \right\rfloor, & \text{if } t_j \in T^d \\ \min_{p_i \in \bullet t_j} \frac{m_i}{\mathbf{Pre}(p_i, t_j)}, & \text{if } t_j \in T^c \end{cases} \quad (6)$$

Firing pada *transition* t_j menghasilkan evolusi token pada *place*. Proses evolusi token dapat dibedakan menjadi 2 (dua), yaitu 1). evolusi token tunggal untuk setiap langkah kejadian *firing* dan 2). evolusi token gabungan untuk melihat hasil rangkaian *firing* dari nilai awal token hingga mencapai nilai token tertentu. Evolusi token tunggal pada *fireable transition* t_j dengan satu langkah *firing*, menghasilkan vektor matriks token baru \mathbf{m}' yang berasal dari vektor matriks token awal \mathbf{m}_0 , sehingga berlaku $\mathbf{m}' = \mathbf{m}_0 + \alpha \cdot \mathbf{C}(\bullet, t_j)$ dengan nilai token $\mathbf{m}_0, \mathbf{m}' \geq 0$. Selanjutnya, evolusi token gabungan diturunkan dari persamaan evolusi token tunggal dan disebut sebagai *persamaan fundamental* (*fundamental state equation*)⁶ dan berlaku $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \mathbf{C} \cdot \sigma$.

Struktur *timed* HPN sebagai jenis kedua HPN memiliki komponen utama, yaitu *untimed* HPN dengan memperhatikan fungsi waktu pada kecepatan *firing* internal $\lambda \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{|T|}$ untuk *transition* $T \in T^D \cup T^C$, sehingga berlaku $\mathbf{N} = \langle \mathbf{N}, \mathbf{m}_0, \lambda \rangle$. Pada *fireable transition* t dengan $\epsilon \in T^D$ yang dikenal sebagai *timed discrete firing* berdasarkan waktu kejadian⁹⁾ terdapat *deterministic delay*-, *immediate*- dan *probabilistic distributed delay firing*. *Timed* HPN pada *transition* kontinu dengan $t \in T^C$ berkaitan erat dengan proses evolusi token gabungan. Penyelesaian persamaan fundamental pada proses evolusi token gabungan sebagai fungsi waktu adalah $\mathbf{m}(\tau) = \mathbf{m}_0 + \mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\sigma}(\tau)$. Dengan $\boldsymbol{\sigma}(\tau)$ adalah vektor penghitung *firing* sebagai fungsi waktu pada interval $[0, \tau]$. Pada turunan pertama persamaan fundamental berdasarkan waktu berlaku $\dot{\mathbf{m}} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{f}$, dengan $\mathbf{f} =$ menunjukkan aliran arus (*token throughput*, *flow*) untuk *transition* kontinu $t_i \in T^C$. Dengan demikian, turunan pertama persamaan fundamental adalah $\dot{\mathbf{m}} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{f}$.

Secara konseptual terdapat dua jenis *timed firing transition* kontinu, yaitu 1). *infinite server semantic* (*ISS firing*), dan 2). *finite server semantic* (*FSS firing*). Persamaan aliran arus *transition ISS firing* pada *transition* t_i sesuai $f_i = \lambda_i \cdot \min_{p_j \in \bullet t_i} (m_j / \mathbf{Pre}(p_j, t_i))$. Persamaan aliran arus f_i pada *transition* t_i merupakan fungsi kecepatan *firing* internal λ_i dan *enabling degree*. Faktor *enabling degree* $\mathbf{enab}(t_i, \mathbf{m})$ menunjukkan besaran server aktif yang terdapat pada *transition* t_i saat token \mathbf{m} . Pemodelan aliran arus *transition* ini dapat mengandung persamaan non-linear dengan adanya penggunaan *min-operator*.

HASIL PENELITIAN



Gambar 3. Model Diagram Fundamental Triangular Untuk Ruas Jalan Tunggal

Paper ini menunjukkan pemodelan diagram fundamental *triangular* (DFT) yang bersifat makroskopik dengan *hybrid* Petri net sesuai Gambar 3 untuk ruas jalan tunggal dan tergantung pada parameter aliran arus lalulintas, kepadatan kendaraan dan kecepatan rata-rata banyak kendaraan. Pada pemodelan makroskopik, interaksi antar kendaraan bersifat mikroskopik diabaikan.

Kelas *transition firing* sesuai Gambar 3 adalah *timed continuous transition* dengan (*ISS firing*). Sehingga model *paper* ini dapat disebut secara khusus dikembangkan dengan *timed hybrid Petri net* dengan *infinite server semantics firing* (*timed* HPN-*ISS*). Struktur dinamis jaringan model initer susun atas komponen berikut ini.

- a). 3 (tiga) *timed continuous transition* - *ISS firing* dengan $T = \{t_1, t_2, t_3\}$.
- b). 6 (enam) *place* dengan $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_a, p_{a+1}\}$, token memiliki notasi $\mathbf{m} = \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_a, m_{a+1}\}$ dengan nilai token awal adalah $\mathbf{m}_0 = \{0, 0, k_{jam}, q_{max}, m_a, 0, m_{a+1}, 0\}$.
- c). Matriks pra insiden, $\mathbf{Pre} = \begin{bmatrix} 0 & b & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- d). Matriks pasca insiden, $\mathbf{Post} = \begin{bmatrix} 1 & b-d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c-e & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Timed continuous transition pada model sesuai Gambar 3 masing-masing memiliki fungsi, yaitu 1). t_1 sebagai *input transition*, 2). t_3 sebagai *output transition* dan 3). t_2 sebagai pembentuk aliran arus lalu lintas kendaraan *non-linear* sesuai DFT. Proses penyelesaian persamaan aliran arus *non-linear* ini disebut sinkronisasi anggota *preset* t_2 . Proses sinkronisasi ini dilakukan secara matematis menggunakan *min-operator*. Keluaran dari *transition* t_2 membentuk *token output aktual* untuk ruas jalan tunggal pada m_2 . *Token output aktual* ini mengaktifkan aliran arus lalu lintas pada *output transition* t_3 . Token hasil aliran t_3 terakumulasi pada *sink place* p_{a+1} dengan nilai token m_{a+1} .

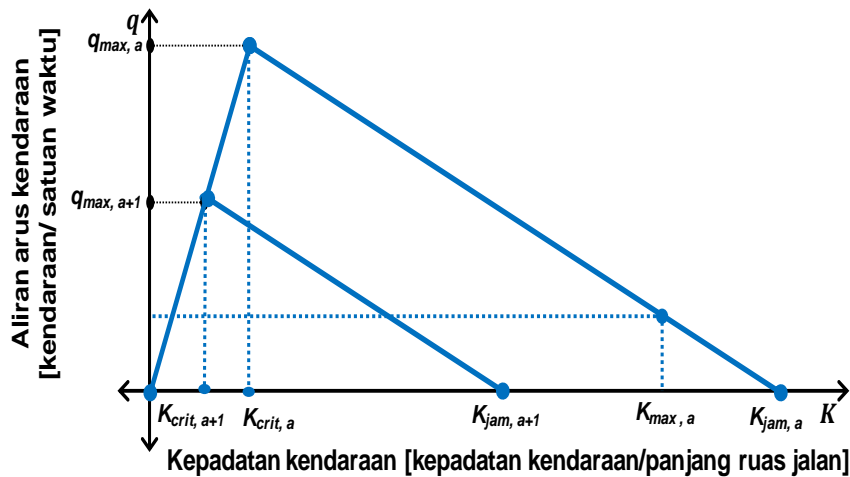
Keenam *place* pembentuk model DFT adalah $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_a, p_{a+1}\}$. Nilai token awal dalam setiap *place* adalah menentukan perilaku model. Token awal $m_{1,0} = 0$ memiliki arti, bahwa aliran arus lalu lintas pada DFT yang diperhitungkan dimulai dari nul. Token awal $m_{2,0} = 0$ menunjukkan, bahwa kondisi awal jumlah kendaraan pada ruas jalan tersebut adalah kosong. Token awal $m_{3,0}$ adalah konstanta k_{jam} , yaitu jumlah kendaraan maksimal yang dapat mengisi ruas jalan tunggal pada kondisi macet total. Token awal $m_{4,0}$ adalah konstanta q_{max} , yaitu aliran arus lalu lintas kendaraan maksimum

yang dapat melalui ruas jalan tunggal. Token awal $m_{a,0}$ harus lebih besar dari nul untuk dapat mengaktifkan *input transition* t_1 dan menunjukkan *transition flow* awal $q_{a,0}$ yang dapat dicapai. Komponen matriks insiden **Pre** dan **Post** adalah matriks-bobot-anakpanah sebelum masuk proses dan setelah keluar proses pada masing-masing *transition*. Komposisi nilai komponen matriks insiden dapat dipergunakan untuk menentukan derajat kemiringan garis pada model diagram fundamental *triangular*.

Parameter kecepatan *firing* internal λ pada setiap *transition* menentukan nilai akhir aliran arus *transition* dan jumlah token saat *steady state*. *Transition* t_1 dan t_2 pada model ruas jalan tunggal ini adalah merupakan *transition* acuan bagi *transition* t_3 dengan kecepatan *firing* internal λt_1 dan λt_2 tetap dan bernilai 1 (satu). Parameter kecepatan *firing*

internal λt_3 pada *output transition* t_3 bertindak sebagai peubah untuk menentukan nilai aliran arus lalu lintas pada akhir ruas jalantunggal saat *steady state* sesuai diagram fundamental *triangular*.

Model baru diagram fundamental *triangular* ini merupakan perbaikan dan peningkatan model diagram fundamental Júlvez dan Boèl⁶⁾. Model diagram fundamental *triangular* baru ini mampu 1).memisahkan ketergantungan antara struktur dinamis jaringan *timed* HPN-ISS (\mathbf{N} , m_0) terhadap kecepatan *firing* internal λ , dan 2).model diagram fundamental *triangular* untuk ruas jalan tunggal ini dapat menunjukkan perilaku kendaraan rata-rata untuk kondisi arus tertahan, arus stabil dan arus bebas.



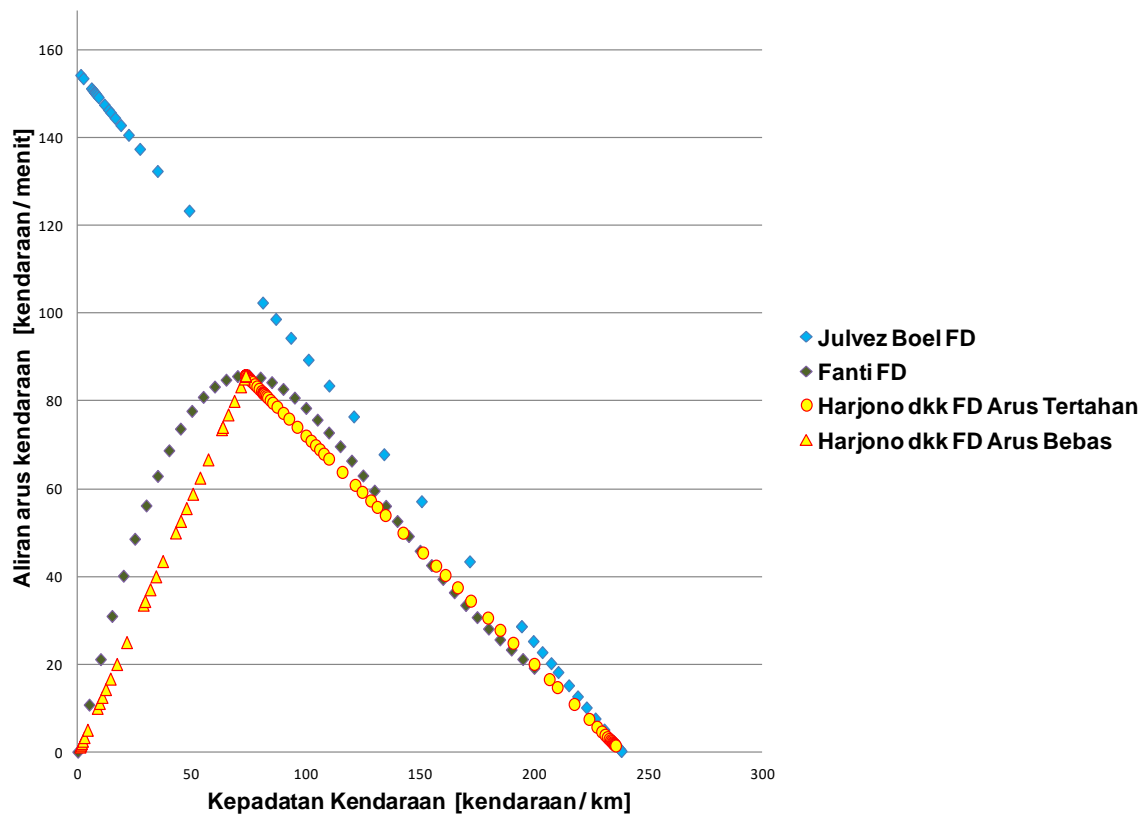
Gambar 4.
Diagram Fundamental Berdasar Panjang dan Kapasitas Jalan.

Parameter makroskopik penyusun FD_a adalah aliran arus kendaraan maksimum $q_{max,a}$, kepadatan kendaraan kritikal $K_{crit,a}$, aliran arus kendaraan pada saat kepadatan kendaraan kritikal $q_{K_{max,a}}$, kepadatan kendaraan kritikal $K_{max,a}$, dan kapasitas ruas jalan saat macet $K_{jam,a}$. Apabila ruas jalan tunggal a dengan FD_a yang memiliki panjang ruas jalan l_a digabung dengan ruas jalan $a+1$ dengan FD_{a+1} yang memiliki panjang ruas jalan $l_{a+1} = (\beta \times l_a)$, maka kapasitas ruas jalan $a+1$ saat macet total adalah $K_{jam,a+1} = (\beta \times K_{jam,a})$. Jika V_{wave} dan V_{free} untuk ruas a dan $a+1$ adalah sama dan konstan, maka diperoleh $K_{crit,a+1} = (\beta \times K_{crit,a})$ dan $q_{max,a+1} = (\beta \times q_{max,a})$. Dengan demikian, keseluruhan perbandingan parameter untuk diagram

fundamental triangular untuk FD_a dan FD_{a+1} adalah sebagaimana Gambar 4.

PEMBAHASAN

Pembahasan ini berkaitan dengan evaluasi kinerja hasil penelitian pemodelan baru dengan *timed hybrid* Petri net kelas *infinite server semantics firing* untuk diagram fundamental *triangular* pada ruas jalan tunggal dan jaringan jalan yang dikembangkan berdasar model diagram fundamental oleh Júlvez dan Boèl⁶⁾ dan diuji validitasnya dengan menggunakan skenario simulasi dan data lalu lintas jaringan jalan bebas hambatan dari model diagram fundamental hidrodinamik oleh Fanti et al.⁷⁾



Gambar 5.
Perbandingan Model Diagram Fundamental

Pembahasan hasil penelitian pertama adalah mengenai diagram fundamental pada ruas jalan tunggal untuk aliran arus lalu lintas token terhadap jumlah token pada model *timed* HPN-ISS yang telah dikembangkan oleh Júlvez dan Boèl⁽⁶⁾ atau disebut sebagai '*Julvez Boel FD*'. Model diagram fundamental '*Julvez Boel FD*' untuk aliran arus lalu lintas token pada transition f_t terhadap jumlah token pada kondisi 'arus bebas' secara matematis tergantung dua peubah, yaitu parameter kecepatan *firing* internal λ_t dan parameter bobot anak panah q untuk matriks pasca-insiden $Post(t_1, p_1)$ dan matriks pra-insiden $Pre(p_1, t_1)$. Namun, pada kondisi 'arus tertahan' model tersebut hanya bergantung pada parameter kecepatan *firing* internal λ_t . Ketergantungan terhadap dua parameter peubah pada kondisi 'arus bebas' ini, menyebabkan model tersebut tidak dapat diterapkan secara praktis untuk mendekati kondisi 'arus bebas' pada diagram fundamental *triangular*.

Perbandingan hasil pengembangan pemodelan baru diagram fundamental *triangular* yang disebut sebagai '*Harjono dkk FD*' terhadap pemodelan diagram fundamental '*Julvez Boel FD*' terdapat pada Gambar 5. Diagram fundamental '*Julvez Boel FD*' dapat memperlihatkan dinamika kondisi 'arus tertahan' dengan baik, namun

tidak dapat menunjukkan dinamika kondisi 'arus bebas'. Diagram fundamental *triangular* '*Harjono dkk FD*' telah dibuktikan dapat menunjukkan dinamika kondisi 'arus bebas' dan kondisi 'arus tertahan'. Diagram '*Harjono dkk FD*' dianalisa validitasnya berdasarkan diagram fundamental hidrodinamik untuk jalan bebas hambatan dari Fanti *et al.*⁽⁷⁾ yang disebut sebagai '*Fanti FD*'. Diagram fundamental *triangular* berdasarkan '*Harjono dkk FD*' sebagaimana pada '*Fanti FD*' dapat memperlihatkan hasil yang lebih mendekati kondisi diagram fundamental sebenarnya dibandingkan diagram fundamental '*Julvez Boel FD*'. Hasil simulasi model baru pada Gambar 3 dan analisa '*Harjono dkk FD*' memperlihatkan, bahwa evolusi aliran arus dan evolusi token saat *steady state* ditentukan dari nilai parameter λ_t .

SIMPULAN

Paper ini memberikan kontribusi pemodelan baru diagram fundamental *triangular* dengan *hybrid* Petri nets pada ruas jalan tunggal dan jaringan jalan sebagai berikut. Satu model baru diagram fundamental *triangular* dengan *hybrid* Petri nets untuk ruas jalan tunggal berasal dari model diagram fundamental oleh Júlvez dan

Boèl yang berlaku hanya untuk kondisi arus tertahan saja. Model ini telah dikembangkan menjadi model diagram fundamental *triangular* baru yang mampu menunjukkan kondisi arus bebas, arus stabil dan arus tertahan. Dengan demikian, pemodelan baru *hybrid* Petri nets ini mampu mendekati realitas kondisi aliran lalu lintas ruas jalan tunggal dengan lebih baik.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih disampaikan kepada Kalamullah Ramli dan Abdul Halim yang telah memberikan fasilitas dan membantu untuk kelancaran penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

1. IEEE Intelligent Transportation System Society website, diakses 10Desember 2018, <http://sites.ieee.org/itss/about/>.
2. M. Treiber dan A. Kesting, *Verkehrsdynamik und-simulation: Daten, Modelle und Anwendung der Verkehrsfussdynamik*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010.
3. R. David dan H. Alla, *Discrete, Continuous, and Hybrid Petri Nets*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Revised 2nd edition, 2010.
4. H.Y. Sutarto, R.K. Boel, E. Joelianto, *Parameter estimation for stochastic hybrid model applied to urban traffic flow estimation*, IET Control Theory & Applications, Vol. 9, Issue: 11, pp. 1683-1692, Jul. 2015.
5. M. Silva dan L. Recalde, *Continuization of Timed Petri Nets: From Performance Evaluation to Observation and Control*, Applications and Theory of Petri Nets, vol. 3536 of Lecture Notes in Computer Science, pp. 832-833, 2005.
6. J. Júlvez dan R. K. Boèl, *A Continuous Petri Net Approach for Model Predictive Control of Traffic Systems*, IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. Part A, vol. 40, no. 4, pp. 686-697, Jul. 2010.
7. M. P. Fanti, G. Iacobellis, A. M. Mangini dan W. Ukovich, *Freeway Traffic Modeling and Control in a First-Order Hybrid Petri Net Framework*, IEEE Trans. Autom. Sci. Eng., vol. 11, no. 1, pp. 90-102, Jan. 2014.
8. Lebacque, J.-P. dan Khoshyaran, M. , *First-Order Macroscopic Traffic Flow Models: Intersection Modeling, Network Modeling In: Transportation and traffic theory, flow, dynamics and human interaction*, H. Mahmassani ed. Elsevier, pp.365-386, 2005
9. M. Silva, J. Júlvez, C. Mahulea, dan C.R. Vázquez, *On fluidization of discrete event models: observation and control of continuous Petri nets*, Discrete Event Dyn. Syst., vol. 21, pp. 427-497, Sep. 2011.
10. J. Júlvez, C. Mahulea, dan C.R. Vázquez, *SimHPN: A MATLAB toolbox for simulation, analysis and design with hybrid Petri nets*, Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, vol. 6, pp. 806-817, May 2012.

(halaman ini sengaja dikosongkan)