

## **KARAKTERISTIK DINAMIK ROTOR BOW THRUSTER 250 KW MENGUNAKAN PEMODELAN EULER-BERNOULLI BEAM**

### **DYNAMIC CHARACTERISTICS OF 250 KW ROTOR BOW THRUSTER USING EULER-BERNOULLI BEAM MODELING**

**Harry Purnama, Budi Noviantoro Fadjrin,  
Muhammad Ilham Adynugraha, Cuk Supriyadi Ali Nandar**

Pusat Teknologi Industri Permesinan, Deputi Bidang TIRBR, BPPT.  
Kawasan Puspiptek Serpong Tangerang Selatan, Banten 15314.  
Laboratorium Design Institute, PTIP.  
Kawasan Puspiptek Serpong Tangerang Selatan, Banten 15314.

e-mail : [harry.purnama@bppt.go.id](mailto:harry.purnama@bppt.go.id), [budi.noviantoro@bppt.go.id](mailto:budi.noviantoro@bppt.go.id),  
[muhhammad.ilham@bppt.go.id](mailto:muhhammad.ilham@bppt.go.id), [cuk.supriyadi@bppt.go.id](mailto:cuk.supriyadi@bppt.go.id).

#### **Abstrak**

Perkembangan mesin-mesin elektrik terutama *Bow Thruster* bagi sektor kemaritiman sangat signifikan. Dari beberapa komponen penting dalam *Bow Thruster*, seperti rotor terutama pada bagian poros dan bantalannya (*bearing*) mempunyai peran penting sehingga perlu dilakukan analisis. Analisis dinamik merupakan analisis untuk mengetahui sifat-sifat dinamik rotor akibat pengaruh putaran terhadap frekuensi pribadi. Pada makalah ini analisis dinamik dikembangkan dengan pemodelan rotor menggunakan *Euler-Bernoulli Beam* (EBB) secara numerik dengan perangkat lunak GNU-Octave yang merupakan perangkat lunak *open source*. Hasil dari analisis dinamik rotor ini menunjukkan putaran kritis pada putaran 417, 433, 673, 750 RPM. dan modus getar pada frekuensi 6.904, 7.236, 11.329 12.264 Hz dari rotor *Bow Thruster*.

Kata kunci : rotor dinamik, *Euler-Bernoulli Beam*, poros, putaran kritis, modus getar.

#### **Abstract**

*The development of the electric machines, especially Bow Thruster, for the maritime sector is significantly increased. The several important components in Bow Thruster, such as rotors, especially its shaft and bearings, have an important role to be analyzed. Dynamic analysis is an analysis to determine the dynamic properties of the rotors due to the effect of the rotation on natural frequency. In this paper, a dynamic analysis was developed numerically with rotor modeling using Euler-Bernoulli Beam (EBB) with GNU-Octave software which is an open source software. The results show that the critical rotation occurs at the rotation speed about 417, 433, 673, 750 RPM and mode shapes at frequency about 6,904, 7,236, 11,329 12,264 Hz of the Bow Thruster rotor.*

*Key Words : dynamic rotor, Euler-Bernoulli Beam, shaft, critical speed, mode shape.*

Diterima (received) : 23 Oktober 2018 , Direvisi (revised) : 01 Maret 2019  
Disetujui (accepted) : 04 Maret 2019

## PENDAHULUAN

Mesin-mesin elektrik memiliki unsur teknologi yang beragam, sehingga diperlukan pemahaman yang lebih terhadap prinsip-prinsip fisik yang mendasarinya<sup>1)</sup>.

Terdapat komponen utama pada motor listrik diantaranya adalah rumah motor (*casing*), bantalan dan poros dimana terdiri dari rotor dan stator. Dalam hal ini desain poros dan bantalan *bearing* sebagai komponen motor listrik mempunyai peran penting, berkaitan dengan gaya-gaya dan momen-momen yang bekerja pada sistem, maka harus terpenuhi kriteria kekuatannya baik secara statik dan dinamik.

Menurut Zohoor<sup>2)</sup>, sangatlah perlu untuk mengestimasi karakteristik dinamik dari sebuah komponen dengan tepat dan efisien. Tujuannya, menurut Matsushita et al<sup>3)</sup> adalah untuk menentukan metodologi pengurangan getaran suatu komponen, berkaitan dengan desain, pengoperasian dan perawatan dari sistem *rotating machine*.

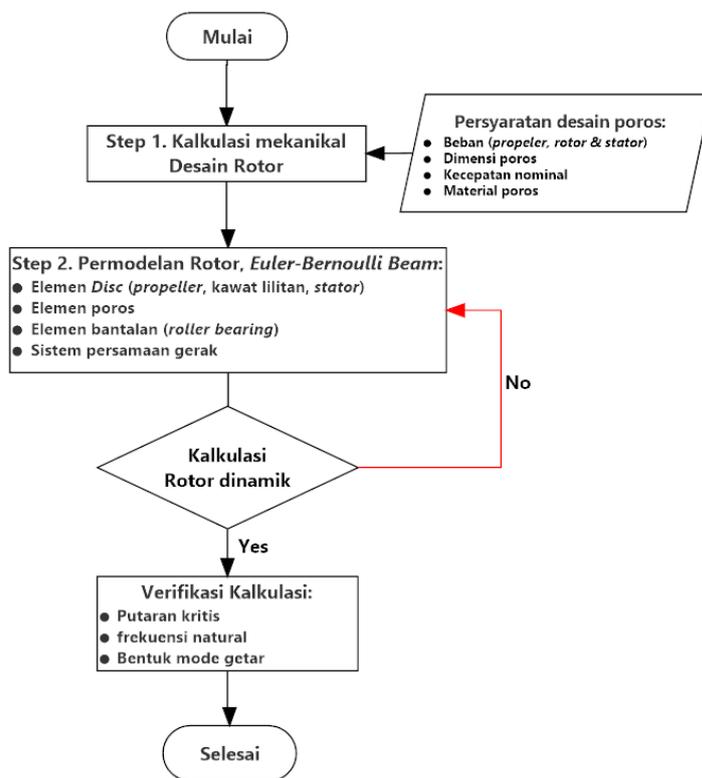
Beberapa penelitian telah dikembangkan diantaranya, investigasi numerik mengenai perilaku dinamis dari poros komposit yang berongga dengan *rigid disc* di mana model matematika dari rotor berasal dari persamaan Lagrange dan metode Rayleigh-Ritz<sup>4)</sup>. Selain itu pendekatan metode elemen hingga untuk persamaan *Timoshenko beam* ditampilkan sebagai penambahan dalam pendekatan persamaan *Euler-Bernoulli beam*. Hasil yang diperoleh dengan pendekatan ini sangat bagus, dengan menggabungkan dua persamaan diferensial klasik menjadi satu di mana defleksi fiktif adalah satu-satunya variabel yang dapat diinterpolasi oleh polinomial tipe Hermite. Hal itulah yang menjadikan metode ini bagus dalam hal akurasi dan komputasi<sup>5)</sup>.

Selain dari menyusun matriks secara manual, Ahmed<sup>6)</sup>, menggunakan algoritma rinci berdasarkan pada karya Nelson dan McVaugh (1976) yang menggunakan persamaan *Euler-Bernoulli beam* untuk menggabungkan matriks global terhadap Eigen-analisis, respon ketidakseimbangan, dan analisis ambang ketidakstabilan.

## METODOLOGI

Dalam rotor dinamik, menurut Genta<sup>7)</sup>, poros rotor dimodelkan dengan menggunakan *beam* sedangkan elemen lain seperti *disk*, sambungan dan sebagainya yang memanjang arah radial diasumsikan sebagai massa terkonsentrasi dengan momen inersia.

Penerapan metode elemen hingga dalam sebuah struktur, sangat penting untuk merinci struktur tersebut ke dalam elemen yang lebih sederhana. Kemudian representasi mekanikal dari elemen-elemen tersebut digabungkan dalam persamaan-persamaan yang keakurasiannya dapat dipertanggung jawabkan. Salah satunya dengan menggunakan model matematika dari persamaan *Euler-Bernoulli beam*<sup>8,9)</sup>.



Gambar 1. Diagram alir analisis dinamik rotor

Sesuai dengan diagram alir pada Gambar.1 Penentuan dimensi rotor telah dikerjakan pada makalah sebelumnya<sup>12)</sup>. Langkah selanjutnya adalah mendefinisikan elemen-elemen yang menyusun rotor tersebut dengan menggunakan model matematika *Euler-Bernoulli Beam*.

## Pemodelan Elemen Disk

Elemen *disk* diasumsikan kaku dengan pusat massa berada tepat di sumbu *disk*, dimana total energi kinetiknya  $T_d$  terhadap gerak translasi dan rotasi adalah sebagai berikut

$$T_d = \frac{1}{2} m_d (\dot{u}^2 + \dot{v}^2) + \frac{1}{2} I_d (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + \frac{1}{2} I_p \dot{\phi}^2 \quad (1)$$

Dalam matriks, persamaan (1) menjadi

$$T_d = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \dot{u}^2 \\ \dot{v}^2 \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} m_d & 0 \\ 0 & m_d \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u}^2 \\ \dot{v}^2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$+ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} I_d & 0 & 0 \\ 0 & I_d & 0 \\ 0 & 0 & I_p \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix}$$

Dimana  $m_d$  adalah massa *disk*,  $\dot{u}$  dan  $\dot{v}$  adalah kecepatan linier arah  $\mathbf{x}$  and  $\mathbf{y}$ , sedangkan  $\dot{\theta}$ ,  $\dot{\psi}$  dan  $\dot{\phi}$  adalah kecepatan angular sesaat pada aksis  $\mathbf{\bar{x}}$ ,  $\mathbf{\bar{y}}$  dan  $\mathbf{\bar{z}}$ . Pada sistem koordinat ini vektor kecepatan angular menjadi persamaan (3).

$$\{q\} = [T]\{P\} \quad (3)$$

Sebagai asumsi bahwa gerak rotasi *disk* sebagai berikut:  $\dot{\psi}$  adalah y-axis, dan  $\dot{\theta}$  adalah x-axis, kemudian  $\dot{\phi}$  adalah z-axis, yang mana  $\dot{\phi}$  adalah sudut putaran rotor terhadap kecepatan angular sesaat z-axis yaitu  $\Omega = \dot{\Phi}$ , dimana  $\Omega$  adalah kecepatan putar *disk*, maka persamaannya dalam bentuk matriks adalah seperti di bawah

$$\begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\Phi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\Phi\cos\theta & 0 \\ -\sin\Phi & \cos\Phi\cos\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \Omega \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Hasil substitusi dari persamaan (4) ke dalam persamaan (2) adalah

$$T_d = \frac{1}{2} m_d (\dot{u}^2 + \dot{v}^2) + \frac{1}{2} I_d (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + \frac{1}{2} I_p (\Omega^2 - 2\Omega\dot{\psi}) \quad (5)$$

Matriks elemen *disk* pada persamaan (6) didapat dengan menerapkan persamaan Lagrange untuk persamaan (4), serta meniadakan energi regangan pada *disk*.

$$\begin{pmatrix} \frac{d}{d_t} \left( \frac{\partial T_d}{\partial \dot{u}} \right) - \frac{\partial T_d}{\partial u} \\ \vdots \\ \frac{d}{d_t} \left( \frac{\partial T_d}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial T_d}{\partial \dot{\psi}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_d \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix} \quad (6)$$

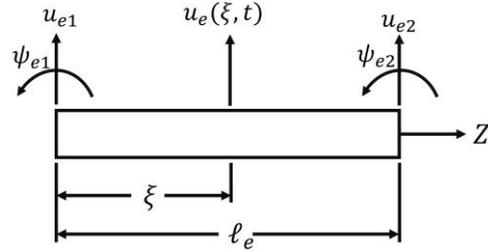
$$+ \Omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p \\ 0 & 0 & -I_p & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix}$$

$$M_e^d = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_d \end{bmatrix}, \quad G_e^d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p \\ 0 & 0 & -I_p & 0 \end{bmatrix}$$

Dimana  $M$  adalah matriks elemen massa dan  $G$  is matriks giroskopis pada *disk*.

### Pemodelan Elemen Poros

Pemodelan elemen poros menggunakan teori *Euler-Bernoulli Beam*, yang mana teori ini mendekati persamaannya dengan mengabaikan efek pergeseran dan inersia putar. Matriks elemen dikalkulasikan sama seperti pada elemen *disk* berdasar pada energi kinetik dan energi regangan sesuai perpindahan lateral  $u_e(\xi)$  terhadap bidang netral dari *beam*, seperti pada Gambar. 2<sup>8,9,10</sup>.



Gambar 2.

Koordinat lokal pada bidang X-Z

Pendefinsian jenis material dari poros menggunakan asumsi bahwa elemen material adalah linier sesuai dengan hukum Hooke.

Translasi elemen berupa polinomial kubik dalam  $\xi$ , maka *nodanya* adalah sebagai berikut.

$$u_e(0) = u_{e1}, \quad \frac{\partial u_e}{\partial \xi}(0) = \psi_{e1} \quad (7)$$

$$u_e(l_e) = u_{e2}, \quad \frac{\partial u_e}{\partial \xi}(l_e) = \psi_{e2}$$

Defleksi elemen dapat didekati dengan persamaan (8)

$$u_e(\xi, t) = [N_{e1}(\xi)N_{e2}(\xi)N_{e3}(\xi)N_{e4}(\xi)] \begin{pmatrix} u_{e1}(t) \\ \psi_{e1}(t) \\ u_{e2}(t) \\ \psi_{e2}(t) \end{pmatrix} \quad (8)$$

Dimana fungsi bentuk,  $N_{ei}(\xi)$  adalah

$$N_{e1}(\xi) = \left(1 - 3\frac{\xi^2}{l_e^2} + 2\frac{\xi^3}{l_e^3}\right)$$

$$N_{e2}(\xi) = l_e \left(\frac{\xi}{l_e} - 2\frac{\xi^3}{l_e^3} - \frac{\xi^3}{l_e^3}\right) \quad (9)$$

$$N_{e3}(\xi) = \left(3 \frac{\xi^2}{l_e^2} + 2 \frac{\xi^3}{l_e^3}\right)$$

$$N_{e4}(\xi) = l_e \left(-\frac{\xi^2}{l_e^2} + \frac{\xi^3}{l_e^3}\right)$$

Sedangkan persamaan Energi Regangan,  $U_e$ , dari elemen poros adalah

$$U_e = \frac{1}{2} E_e I_e \int_0^{l_e} \left( \frac{\partial^2 u_e(\xi, t)}{\partial(\xi^2)} \right)^2 d\xi \quad (10)$$

Dimana  $I_e$  adalah momen luasan kedua pada perpotongan sumbu aksis netralnya.

Hasil substitusi dari persamaan (8) ke dalam persamaan (10), memberikan matriks di bawah.

$$U_e = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u_{e1}(t) \\ \psi_{e1}(t) \\ u_{e2}(t) \\ \psi_{e2}(t) \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{e1}(t) \\ \psi_{e1}(t) \\ u_{e2}(t) \\ \psi_{e2}(t) \end{pmatrix} \quad (11)$$

Dengan matriks kekakuan elemennya adalah.

$$k_{ij} = E_e I_e \int_0^{l_e} N_{ei}''(\xi) N_{ej}''(\xi) d\xi \quad (12)$$

$N_{ei}''$  dan  $N_{ej}''$  turunan kedua dari  $N$ , fungsi bentuk sehubungan dengan  $\xi$ , pada persamaan (13).

$$N_{e1}'' = -\frac{6}{l_e^2} \left(1 - \frac{2\xi}{l_e}\right) \quad N_{e2}'' = \frac{2}{l_e} \left(-2 + 3\frac{\xi}{l_e}\right) \quad (13)$$

$$N_{e3}'' = \frac{6}{l_e} \left(1 - \frac{2\xi}{l_e}\right) \quad N_{e4}'' = \frac{2}{l_e} \left(-1 + \frac{3\xi}{l_e}\right)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (13) ke dalam persamaan (12), maka akan didapat persamaan (14).

$$k_{12} = E_e I_e \int_0^{l_e} N_{e1}''(\xi) N_{e2}''(\xi) d\xi \quad (14)$$

$$= \frac{6E_e I_e}{l_e^2}$$

Sehingga Matriks kekakuan elemen untuk bidang x-z adalah sebagai berikut.

$$K_e = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$= \frac{E_e I_e}{l_e^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l_e & -12 & 6l_e \\ 6l_e & 4l_e^2 & -6l_e & 2l_e^2 \\ 12 & -6l_e & 12 & -6l_e \\ 6l_e & 2l_e^2 & -6l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix}$$

Dengan cara yang sama, matriks massa digenerasikan menggunakan persamaan Energi Kinetik, yang menghilangkan efek putar. sehingga energi kinetik  $T_e$  dari poros adalah.

$$T_e = \frac{1}{2} \int_0^{l_e} \rho_e A_e \dot{u}_e^2(\xi, t) d\xi \quad (16)$$

Dimana,  $\rho_e$  adalah densitas dari elemen material,  $A_e$  adalah luas area perpotongan *beam* dan  $\dot{u}_e$  turunan pertama dari translasi *beam* terhadap waktu.

Dengan mensubstitusikan persamaan (8) kedalam (16), sehingga energi kinetik pada bidang aksis x-z adalah sebagai berikut.

$$T_e = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \dot{u}_{e1}(t) \\ \dot{\psi}_{e1}(t) \\ \dot{u}_{e2}(t) \\ \dot{\psi}_{e2}(t) \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u}_{e1}(t) \\ \dot{\psi}_{e1}(t) \\ \dot{u}_{e2}(t) \\ \dot{\psi}_{e2}(t) \end{pmatrix} \quad (17)$$

Sedangkan elemen matriks massa, untuk *beam* dengan penampang seragam, adalah.

$$m_{ij} = \rho_e A_e \int_0^{l_e} N_{ei}''(\xi) N_{ej}''(\xi) d\xi \quad (18)$$

Elemen  $m_{12}$  setelah dikalkulasikan adalah sebagai berikut.

$$m_{12} = \rho_e A_e \int_0^{l_e} N_{e1}''(\xi) N_{e2}''(\xi) d\xi \quad (19)$$

$$= \frac{11}{210} \rho_e A_e l_e^2$$

Penyelesaian integralnya memberikan matriks massa elemen, sebagai berikut.

$$M_e = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$= \frac{\rho_e A_e l_e}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l_e & 54 & -13l_e \\ 22l_e & 4l_e^2 & 13l_e & -3l_e^2 \\ 54 & 13l_e & 156 & 22l_e \\ -13l_e & -3l_e^2 & -22l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix}$$

### Pemodelan Elemen Bantalan

Bantalan *bearing* dalam permodelan elemen ini diasumsikan linier dan sesuai dengan persamaan yang berhubungan dengan gaya-gaya yang bekerja pada poros, sehingga resultan perpindahan dan kecepatannya adalah sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{uu} & k_{uv} \\ k_{vu} & k_{vv} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} c_{uu} & c_{uv} \\ c_{vu} & c_{vv} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{pmatrix} \quad (21)$$

Dimana  $K_b = \begin{bmatrix} k_{uu} & k_{uv} \\ k_{vu} & k_{vv} \end{bmatrix}$  adalah matriks

kekakuan *bearing*,  $C_b = \begin{bmatrix} c_{uu} & c_{uv} \\ c_{vu} & c_{vv} \end{bmatrix}$  adalah matriks redaman *bearing*.

### Sistem Persamaan Gerak

Sistem persamaan gerak dibentuk dari perakitan komponen yang jika diterapkan persamaan Lagrange maka akan menghasilkan persamaan berikut,

$$M\ddot{q}(t) + (C + \Omega G)\dot{q}(t) + Kq(t) = Q_u \quad (22)$$

Dimana,  $q(t)$  adalah vektor perpindahan titik,  $M$  adalah matriks massa global,  $C$  adalah matriks redaman global,  $G$  adalah matriks giroskopis global sedangkan  $K$  adalah matriks kekakuan global.

Dalam kasus ini *bearing* yang digunakan adalah *roller bearing* dimana jenis *bearing* ini nilai redaman bisa diabaikan atau dianggap nol, sehingga menghasilkan persamaan (23).

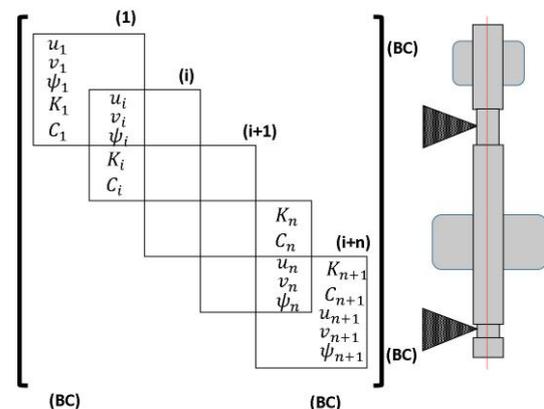
$$M\ddot{q}(t) + (\Omega G)\dot{q}(t) + Kq(t) = Q_u \quad (23)$$

## HASIL DAN PEMBAHASAN

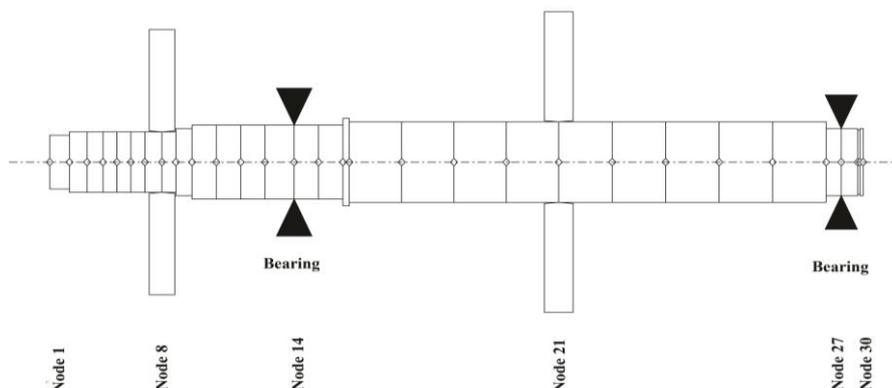
### Perakitan Dan Pemodelan Elemen Rotor

Pemodelan matriks menggunakan perangkat lunak *open source* GNU-Octave. GNU-Octave mempunyai konfigurasi yang menyamai Matlab.

Proses perakitan meliputi matriks elemen poros, matriks *disk* dan matriks bantalan serta mendiskripsikan kondisi batas dari rotor tersebut, seperti yang terlihat pada Gambar. 3<sup>8)</sup>.



Gambar 3  
Matriks dan kondisi batas rotor



Gambar 4.  
Permodelan rotor bow thruster

Kondisi batas berupa penggunaan model *Euler-Bernoulli Beam*, elemen bantalan meniadakan matriks redaman dengan kecepatan putar dari rotor adalah 525 RPM.

Gambar. 4, merupakan hasil dari pemodelan rotor *bow thruster* menggunakan metode elemen hingga

Hasil pemodelan tersebut terdiri dari 30 *nodal* atau 29 elemen *beam*. Dengan meletakkan *propeller* pada *nodal* 8 yang terdiri dari massa, inersia diametral dan inersia polar adalah 190 Kg, 2.4 Kg. mm dan 3.7Kg.mm, sedangkan *winding coil* rotornya pada *nodal* 21 yang terdiri dari massa, inersia diametral dan inersia polar adalah 400 Kg, 32 Kg. mm dan 10 Kg.mm. Untuk elemen bantalan *bearing*, diletakkan pada *nodal* 14 dan 27.

### Analisis Diagram Campbell

Analisis diagram Campbell dilakukan untuk mengetahui profil frekuensi pribadi sistem poros rotor sebagai fungsi dari putaran operasi dan berfungsi untuk memprediksi adanya putaran kritis akibat massa *unbalance* <sup>11)</sup>.

Gambar 5, Garis linear yang berupa titik-titik (dot) menyatakan garis frekuensi 1X putaran operasi rotor dengan persamaannya adalah  $F=N/60$  dan  $F=0,5N/60$ , dimana

perpotongannya terhadap garis frekuensi pribadi disebut putaran kritis akibat dari massa *unbalance*. Putaran kritis masing-masing nilainya adalah 417, 433, 673, 750 RPM.

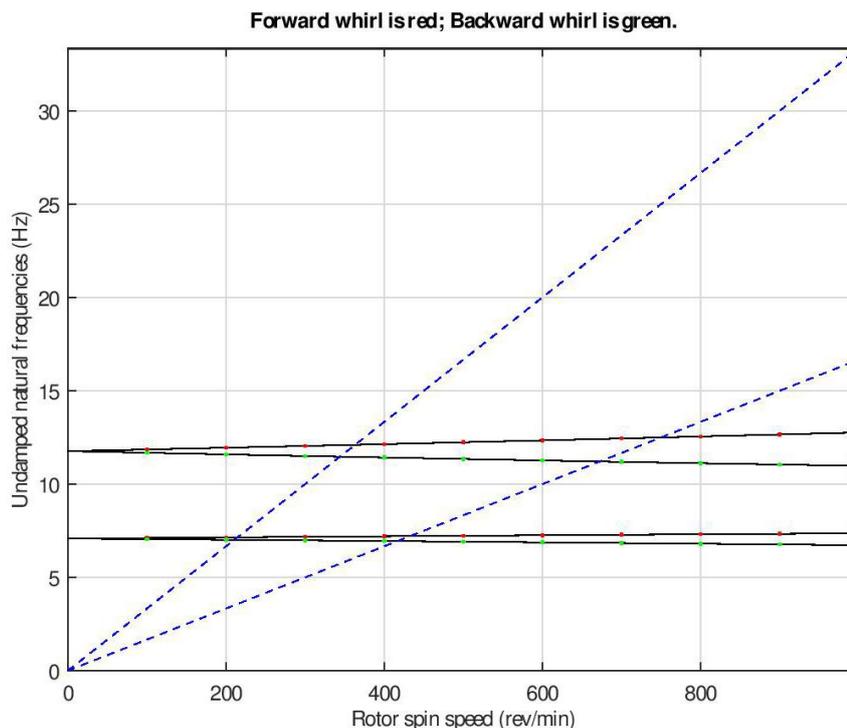
### Analisis Response Unbalance

Menurut standar API 612, massa *unbalance* dihitung dengan persamaan (24)

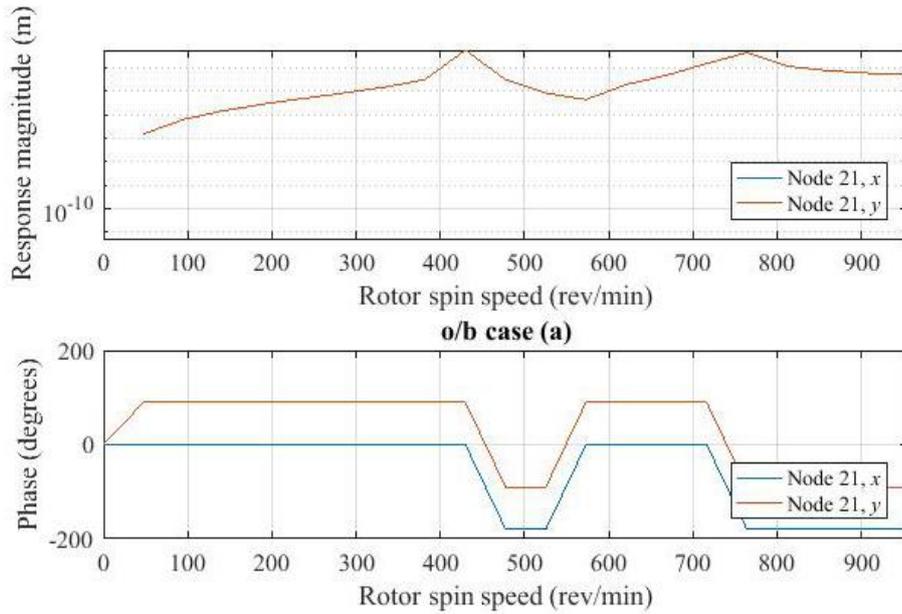
$$U_B = md \approx \frac{5M}{\Omega^2} \quad (24)$$

Dengan,  $U_B$  adalah massa *unbalance*,  $M$  adalah massa rotor, dan  $\Omega$  adalah kecepatan putar rotor.

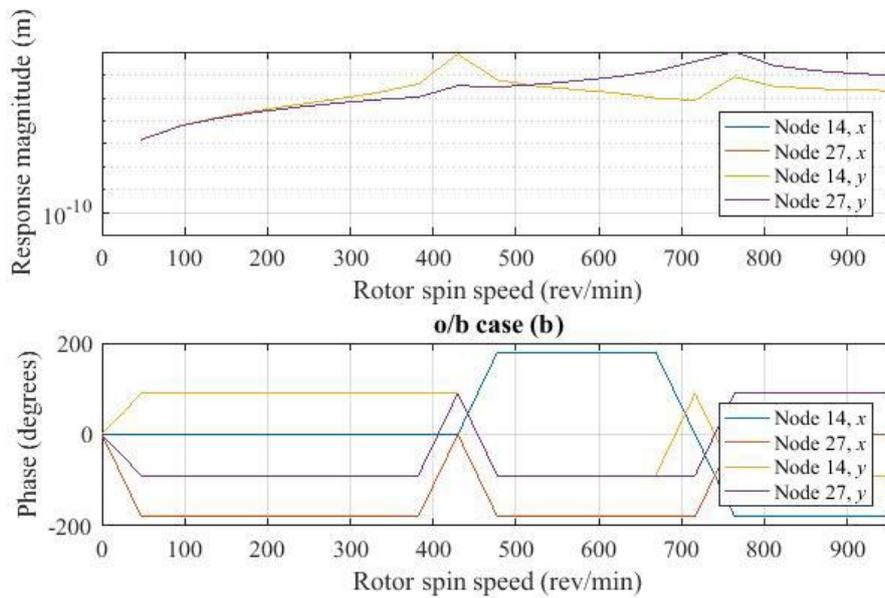
Maka dari persamaan di atas, didapatkan massa *unbalance* sebesar 12e-03 Kg.m. Massa *unbalance* tersebut diletakkan pada *winding coil rotor* atau pada *nodal* 21, sedangkan pada *bearing*, massa *unbalance* nilainya adalah setengah dari massa *unbalance winding coil rotor* yang diletakkan pada *nodal* 14 dan 27 dengan sudut 0°.



Gambar 5. Diagram Campbell rotor



Gambar 6.  
 Response unbalance pada nodal 21



Gambar 7.  
 Response unbalance pada nodal 14 dan 27

Gambar 6. menunjukkan respon *unbalance* dengan meletakkan massa *unbalance* pada *disk*, sedangkan pada Gambar 7. menunjukkan respon *unbalance* dengan meletakkan massa *unbalance* pada *bearing*.

Secara teoretis menurut standar API 612 amplitudo dari bantalan *bearing* tidak boleh melebihi 16,3 mm. Nilai amplitudo dihitung dengan persamaan (25)

$$A_{\max} = \frac{1391}{\sqrt{N}} \approx \frac{450}{\sqrt{\Omega}} \quad (25)$$

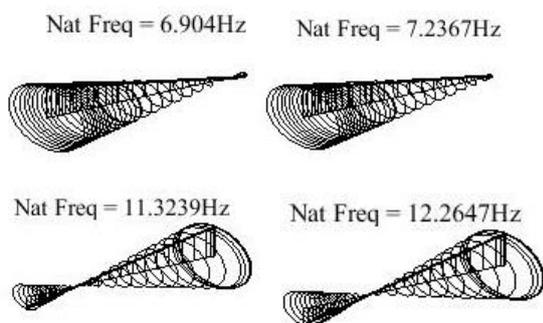
Nilai amplitudo maksimum *pada winding coil rotor* adalah  $1,30 \times 10^{-3}$  mm. Amplitudo dari bantalan pada *nodal 14* adalah  $1,32 \times 10^{-3}$  mm, sedangkan amplitudo bantalan *bearing* pada *nodal 27* adalah  $1,21 \times 10^{-3}$  mm.

Sehingga nilai amplitudo tersebut masih di bawah batas amplitudo maksimum teoretis.

#### Analisis Modus Getar

Analisis modus getar pada rotor dilakukan pada kecepatan nominal 525 RPM

seperti yang terlihat pada Gambar 8. Keempat modus getar tersebut terdiri dari 2 frekuensi pribadi yang berada di bawah kecepatan nominal dari rotor yaitu 6.904 Hz dan 7.2367 Hz. Dikarenakan adanya modus getar pertama dan kedua yang berada di sebelum kecepatan nominal, maka rotor tidak boleh ditahan pada putaran tersebut terlalu lama, karena dapat menimbulkan getaran.



Gambar 8.  
4 Modus getar rotor *bow thruster*

## SIMPULAN

Dari analisis secara dinamik dapat ditemukan beberapa putaran kritis pada rotor *bow thruster* 250 kW yaitu pada 417, 433, 673, 750 RPM. Dengan adanya putaran kritis tersebut diharapkan pada saat operasi rotor tidak terlalu lama ditahan pada putaran tersebut.

Selain itu, pendekatan melalui pemodelan metode elemen hingga menggunakan Euler-Bernoulli *Beam* ini masih perlu dikaji ulang. Pada tahap lanjut terdapat beberapa pemodelan yang menggunakan variabel-variabel lebih detail sehingga didapatkan hasil yang lebih akurat.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Kami ucapkan terima kasih sebesar-besarnya kepada Unit kerja Pusat Teknologi Industri Permesinan-TIRBR-BPPT yang telah memberikan fasilitas untuk melakukan desain dengan menggunakan CATIA dan komputasi numerik menggunakan perangkat lunak *open source* GNU-Octave dan PT. RISEA yang telah menyediakan salah satu produknya untuk dilakukan analisa.

## DAFTAR PUSTAKA

1. Boy, F., & Hetzler, H. *Nonlinear Electromechanical Interactions in Rotordynamics of Electrical Machines*. 2017.
2. Zohoor, H., Kakavand, F. *Vibration of Euler-Bernoulli and Timoshenko beams in large overall motion on flying support using finite element method*. *Scientia Iranica*, 19(4), 1105-1116. 2012.
3. Matsushita, O., Tanaka, M., Kanki, H., Kobayashi, M., & Keogh, P. *Vibrations of Rotating Machinery*. Springer. 2017.
4. Cavalini Jr, A. A., Guimarães, T. A., da Silva, B. R., & Steffen Jr, V. *Analysis of the Dynamic Behavior of a Rotating Composite Hollow Shaft*. *Latin American Journal of Solids and Structures* 14(1), 1-16. 2017
5. Falsone, G., & Settineri, D. *A Euler-Bernoulli-like Finite Element Method for Timoshenko Beams*. *Mechanics Research Communications*, 38(1), 12-16. 2011.
6. Ahmed, K. S., & Ahmad, S. M. *Vibron Rotor, an Open source Rotor dynamic Code: Development and Benchmarking Measurement*, 131, 546-558. 2019.
7. Genta, G., & Silvagni, M. *On Centrifugal Softening in Finite Element Method Rotordynamics*. *Journal of Applied Mechanics*, 81(1), 011001. 2014.
8. Haji, Z. *Dynamic Analysis and Crack Detection in Stationary and Rotating Shafts* (Doctoral dissertation, The University of Manchester). 2015.
9. Friswell, M. I., Penny, J. E., Garvey, S. D., & Lees, A. W. *Dynamics of Rotating Machines*. Cambridge University Press. 2010.
10. Bang, H., & Kwon, Y. W. *The Finite Element Method Using MATLAB*. CRC press. 2000.
11. Dewi, D.K., & Widodo, A. *Desain dan Rekayasa Turbin Panas Bumi Tipe Kondensing Kapasitas 5 MW*, Laporan akhir Insinas 2016, Ristek Dikti. 2016.
12. Noviyantoro Fadrijin, Budi & Purnama, Harry & I Adhynugraha, Muhammad & Nandar, Cuk. *Shaft Mechanical Design of 250 kW Electric Motor*. 309-314. 10.1109/ICECOS.2018.8605227. 2018.