

ANALISIS TEKANAN STATIK ALIRAN DI PERMUKAAN PITOT STATIK TEROWONGAN ANGIN TRANSONIK LAPAN

Agus Arlbowo, Dana Herdiana, Ahmad Jamaludin Fitroh
)peneliti Unit Uji Aerodinamika, LAPAN
Peneliti Pusat Teknologi Dirgantara Terapan, LAPAN

ABSTRACT

Static pressure stream analysis has been done on the surface of pitot static for LAPAN transonic wind tunnel by means of numeric and analytic methods. Static pressure hole is placed at 25 cm behind static pitot leading edge. Numerical analysis result demonstrates that shock wave begins to rise under free stream with velocity of 0.9 Mach. Shock wave occurs in an area around static pitot leading edge so the stream velocity around static pressure hole almost equal with free stream velocity. There is shock wave that cause decreasing of stream total pressure. By known the total pressure and stream velocity around static pressure hole then static pressure can be calculated. Mach number in the test section can be known from pressure ratio.

Keywords : *Static pitot. Shock wave. Static pressure, Transonic*

ABSTRAK

Telah dilakukan analisis tekanan statik aliran di permukaan pitot statik untuk terowongan angin transonik milik LAPAN secara numerik dan analitis. Lubang tekanan statik berada 25 cm di belakang *leading edge* pitot statik. Hasil analisis secara numerik menyatakan bahwa gelombang kejut mulai terjadi pada aliran dengan kecepatan aliran bebas sebesar *Mach* 0,9. Gelombang kejut yang terjadi berada di sekitar *leading edge* pitot statik sehingga kecepatan aliran di sekitar lubang tekanan statik hampir sama dengan kecepatan aliran bebas. Adanya gelombang kejut mengakibatkan pengurangan tekanan total aliran. Dengan diketahuinya tekanan total dan kecepatan aliran di sekitar lubang tekanan statik, maka tekanan statik segera dapat dihitung. Bilangan *Mach* aliran di dalam seksi uji dapat diketahui dari rasio tekanan total aliran bebas terhadap tekanan statik pada lubang pitot.

Kata kunci: *Pitot statik, Gelombang kejut, Tekanan statik, Transonik*

1 PENDAHULUAN

Secara umum terowongan angin transonik adalah sebuah media atau alat pengujian kondisi aliran di sekitar benda dengan kecepatan aliran berkisar antara *Mach* 0,6 sampai dengan *Mach* 1,2. Kecepatan tersebut dapat dikonversi menjadi 200 sampai dengan 400 m/det.

Selain menggunakan pitot total, kecepatan aliran di dalam seksi uji terowongan angin transonik dapat juga diketahui dengan menggunakan pitot statik. Kedua alat tersebut dipasang di dalam seksi uji, baik secara bergantian maupun sekaligus.

Pitot statik adalah sebuah alat untuk mengukur tekanan statik aliran udara. Lubang pengindera tekanan statik berada di permukaan pitot statik yang berjarak 25 cm dari ujung depan (*leading edge*) pitot statik.

Berbeda dengan pitot total, maka pitot statik dibuat dengan diameter sekecil mungkin dan dengan bentuk yang selonjong mungkin (*streamline body*). Hal tersebut bertujuan untuk mengurangi efek gelombang kejut yang dapat terjadi. Dengan demikian diharapkan tekanan statik yang terukur dari pitot statik akan sama dengan tekanan statik aliran bebas (*free stream*).

Pada kenyataannya^ pada kecepatan aliran yang lebih tinggi, misalnya di atas Mach 0,85 memungkinkan terjadinya gelombang kejut. Selain itu efek gesekan tidak dapat diabaikan begitu saja. Kedua fenomena tersebut secara tidak langsung akan mempengaruhi besarnya tekanan statik pada lubang statik.

Dengan penelitian ini, diharapkan dapat diketahui hubungan secara tidak langsung antara kecepatan aliran dengan tekanan statik yang terukur. Setelah formulasi diketahui, maka kecepatan aliran di dalam seksi uji dapat segera diketahui.

2 DASAR TBORI

Aliran udara yang mengalir di dalam seksi uji mempunyai harga tekanan statik dan tekanan total tertentu. Untuk mempermudah analisis dan eksperimen, maka tekanan statik aliran udara di dalam seksi uji, p_i dapat diasumsikan sama dengan tekanan atmosfer, p_{atm} yaitu

$$P_x = P_a \quad (2-1)$$

Tekanan total merupakan penjumlahan antara tekanan statik dan tekanan dinamik. Untuk aliran inkompresibel, tekanan dinamik secara langsung merupakan fungsi dari kecepatan, V . Untuk aliran kompresibel, tekanan dinamik secara langsung merupakan fungsi dari bilangan Mach, M . Formulasi tekanan total dinyatakan sebagai berikut:

$$P_{01} = P_1 + \frac{1}{2} \rho_{atm} V^2 \quad (2-2)$$

$$P_{01} = P_1 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (2-3)$$

Keterangan:

- P_{01} = tekanan total aliran bebas
- ρ_{atm} = kerapatan udara atmosfer
- V = kecepatan aliran lokal

Tekanan total merupakan salah satu representasi dari energi. Hukum kekekalan energi menyatakan bahwa energi tidak dapat diciptakan maupun

dimusnahkan melainkan masih dapat berubah bentuk.

Pada kondisi ideal atau pada kondisi isentropis, tekanan total aliran udara di dalam seksi uji pada khususnya dan di dalam terowongan angin pada umumnya berharga konstan. Akan tetapi pada kenyataannya terdapat gesekan antara aliran udara dengan permukaan pitot statik. Gesekan tersebut mengurangi energi aliran udara yang pada akhirnya mengurangi tekanan total.

Selain gesekan, pengurangan tekanan total juga dapat terjadi apabila terbentuk gelombang kejut pada permukaan pitot statik. Gelombang kejut adalah daerah tipis dimana terjadi perubahan harga parameter aliran udara secara tiba-tiba. Semakin kuat gelombang kejut yang terbentuk, maka perubahan parameter aliran udara akan semakin signifikan.

Lubang tekanan statik pada umumnya dipasang berjarak agak jauh dari *leading edge* pitot statik. Hal tersebut bertujuan untuk memastikan aliran udara yang melewati lubang tekanan statik bersifat laminar dan jauh dari efek gelombang kejut.

Tekanan total aliran udara yang melewati lubang tekanan statik, P_{02} lebih kecil daripada tekanan total aliran bebas, P_{01} (di depan pitot statik). Pengurangan tekanan total untuk daerah kecepatan tertentu disajikan dalam tabel dan kurva berikut [1] :

Tabel 2-1: PENGURANGAN TEKANAN TOTAL

M_{total}	P_{02}/P_{01}
1,00	1,0000
1,04	0,9999
1,10	0,9989
1,14	0,9973
1,20	0,9928
1,24	0,9884
1,30	0,9794
1,34	0,9718
1,40	0,9582
1,44	0,9476
1,50	0,9298

1,54	0,9166
1,60	0,8952
1,64	0,8799
1,70	0,8557
1,74	0,8389
1,80	0,8127
1,84	0,7948
1,90	0,7674
1,94	0,7488
2,00	0,7209

dengan bilangan *Mach*. Pernyataan tersebut diformulasikan sebagai berikut:

$$M_2 = M, \quad (2-7)$$

Keterangan:

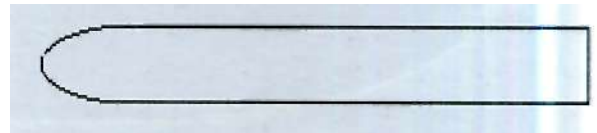
M_2 = Mach aliran di sekitar lubang pitot

M = Mach aliran bebas

Dengan menggabungkan persamaan (2-1) sampai dengan persamaan (2-7), maka akan diperoleh hubungan antara p_{o2} dan p_2 sebagai fungsi dari M .

3 ANALISIS NUMBRIK

Benda yang menjadi obyek penelitian kali ini adalah pitot statik yang dipasang di dalam seksi uji terowongan angin transonik LAPAN. Model pitot statik yang digunakan seperti pada Gambar 3-1.

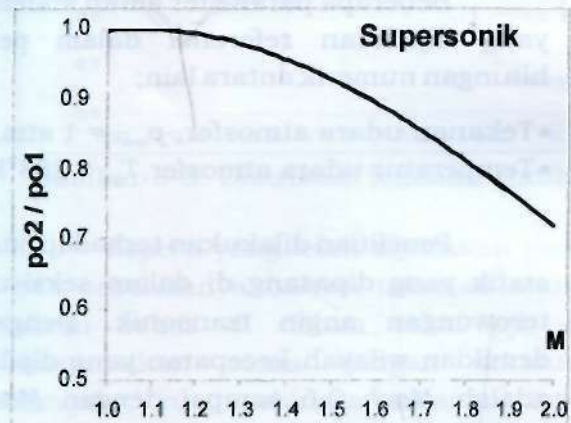


Gambar 3-1: Model pitot statik

Aliran udara dibatasi berjarak sekitar 4 kali panjang pitot untuk batas depan dan batas belakang. Batas atas dan bawah aliran udara diambil sekitar 3 kali panjang pitot. Daerah di antara batas udara dan benda merupakan udara yang akan dihitung parameter alirannya. Oleh karena itu daerah tersebut harus dibuat menjadi bentuk diskrit untuk perhitungan numerik.

Yang menjadi obyek perhitungan adalah parameter aliran udara di sekitar benda, bukan karakteristik di dalam benda. Udara adalah materi yang bersifat kontinu. Untuk menghitung parameter aliran udara, maka medan udara harus dibagi-bagi menjadi elemen-elemen yang sangat kecil secara diskrit, yang mana dikenal dengan istilah *grid*.

Pada daerah di sekitar benda, *grid* dibuat lebih rapat. Hal tersebut perlu dilakukan karena daerah di sekitar benda akan terjadi gradien parameter aliran yang sangat besar. Bentuk *grid* dapat dilihat pada gambar di bawah ini,



Gambar 2-1: Pengurangan tekanan total

Selain untuk menghindari efek gelombang kejut pada daerah *leading edge* pitot statik, lubang tekanan statik dibuat agak ke belakang supaya kecepatan aliran dan tekanan statik yang terukur sama dengan kondisi bebas. Dengan adanya efek gelombang kejut (jika terjadi) dan efek gesekan, maka akan terjadi pengurangan tekanan total, yaitu

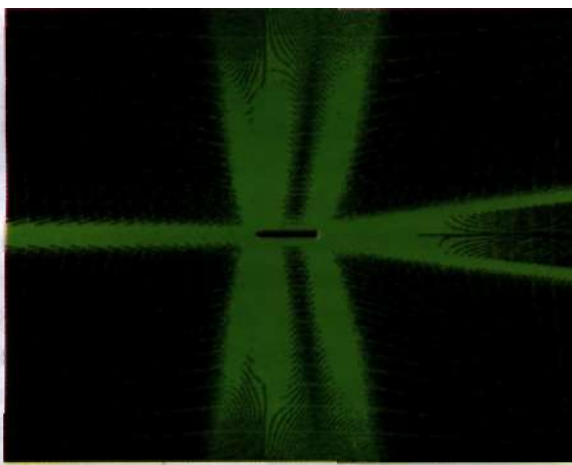
$$P_{02} < p_{o1} \quad (2-4)$$

Dengan mengasumsikan bahwa kecepatan aliran yang melewati lubang tekanan statik, V_2 sama dengan kecepatan aliran bebas, V_i , maka tekanan statik yang terukur, P_2 lebih kecil dari tekanan statik aliran bebas, p_i . Pernyataan tersebut diformulasikan sebagai berikut:

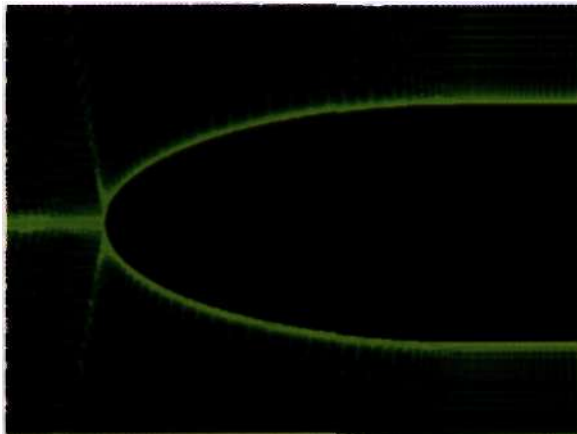
$$V_2 = V, \quad (2-5)$$

$$P_2 < p_i \quad (2-6)$$

Untuk mempermudah perhitungan dan analisis, maka untuk wilayah kecepatan transonik kecepatan, V sebanding



Gambar 3-2a : Grid (umum)



Gambar 3-2b : Grid (detail)

Harga parameter-parameter aliran udara dihitung menggunakan persamaan-persamaan;

- Kontinuitas (kekekalan massa),
- Kekekalan momentum,
- Kekekalan energi.

Secara umum kontinuitas menyatakan bahwa laju aliran massa adalah konstan di sepanjang medan aliran. Hukum kekekalan momentum menyatakan bahwa besarnya momentum total di dalam sebuah medan aliran adalah konstan. Dengan kata lain terdapat kesetimbangan gaya-gaya aerodinamika di dalamnya. Hukum kekekalan energi menyatakan bahwa energi tidak dapat diciptakan maupun dimusnahkan, melainkan hanya dapat berubah bentuk. Dengan kata lain kandungan energi di dalam medan aliran adalah konstan.

Ketiga persamaan di atas dapat dipecahkan secara terpisah *{segregated}*

maupun secara bersamaan/*simultan {coupled}*. Untuk aliran dengan kecepatan di atas *Mach* 0,3 dimana efek kompresibilitas tidak dapat diabaikan, maka ketiga persamaan tersebut harus diselesaikan secara simultan. Dalam penelitian kali ini, kecepatan aliran yang akan dihitung adalah di atas *Mach* 0,6 sehingga perhitungan parameter aliran dilakukan secara simultan.

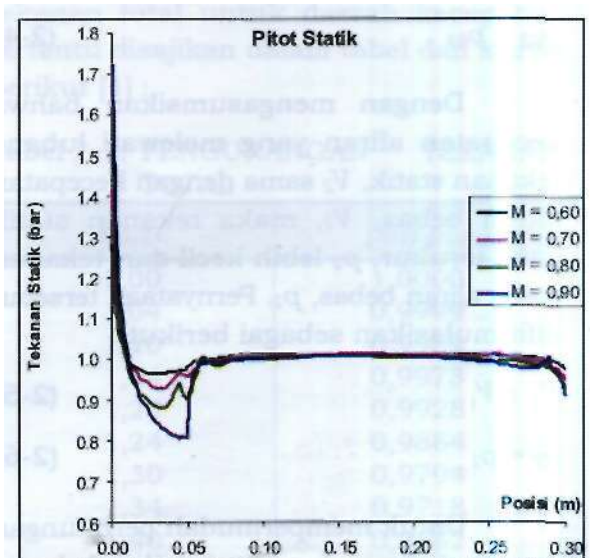
Beberapa parameter aliran standar yang dijadikan referensi dalam perhitungan numerik antara lain;

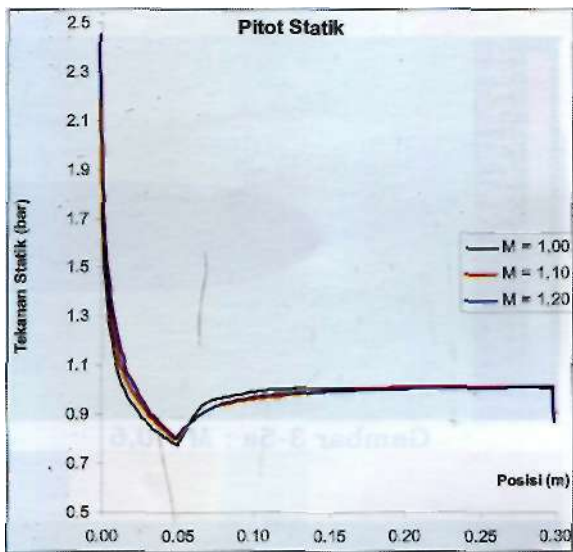
- Tekanan udara atmosfer, $p_{om} = 1 \text{ atm}$,
- Temperatur udara atmosfer, $T_{am} = 288^\circ\text{K}$.

Penelitian dilakukan terhadap pitot statik yang dipasang di dalam seksi uji terowongan angin transonik. Dengan demikian wilayah kecepatan yang dipilih adalah *Mach* 0,6 sampai dengan *Mach* 1,2.

Hasil perhitungan numerik dapat disajikan dalam bentuk angka maupun distribusi harga parameter aliran. Penyajian disesuaikan dengan permasalahan yang sedang dibahas.

Distribusi tekanan statik di sepanjang permukaan pitot statik disajikan dalam Gambar 3-3. Posisi 0,00 merupakan *leading edge*. Kecepatan aliran bebas divariasikan dari *Mach* 0,6 sampai dengan *Mach* 1,2.





Gambar 3-3: Distribusi tekanan statik

Seperti yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya bahwa tekanan statik aliran bebas di dalam seksi uji, p_i diasumsikan sama dengan tekanan atmosfer, p_{atm} , sehingga tekanan total aliran bebas, P_{02} hanya merupakan fungsi dari kecepatan aliran bebas, V_i .

Posisi 0,00 merupakan *leading edge* pitot statik. Kecepatan aliran tepat di *leading edge* sama dengan nol. Dengan demikian tekanan total sama dengan tekanan statik sehingga semakin tinggi kecepatan aliran bebas, maka tekanan statik di *leading edge* semakin besar.

Setelah melewati *leading edge* aliran udara dipercepat sepanjang kontur lonjong pitot statik. Kemudian kecepatan aliran secara umum berharga konstan sampai dengan bagian belakang pitot.

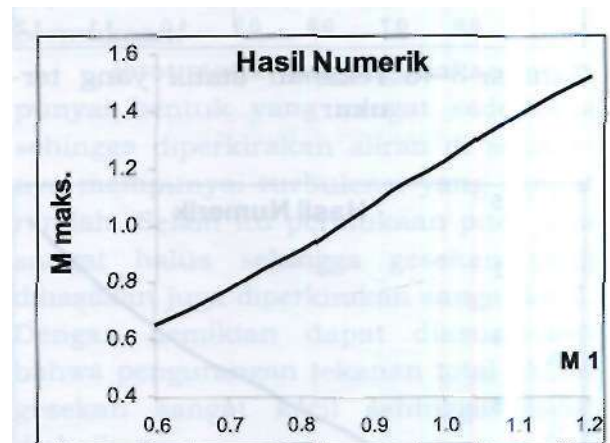
Dengan harga tekanan total yang hampir konstan di sepanjang permukaan pitot, maka kenaikan maupun penurunan kecepatan akan berbanding terbalik dengan tekanan statik. Dimulai dari *leading edge* kecepatan aliran dipercepat kemudian cenderung berharga konstan. Pada Gambar 3-3 dapat dilihat bahwa harga tekanan statik berkurang kemudian cenderung konstan.

Harga tekanan total aliran bebas, p_{oi} , tekanan statik yang terukur, p_2 , dan bilangan Mach maksimum yang terjadi akibat geometri pitot, $M_{maks.}$ disajikan

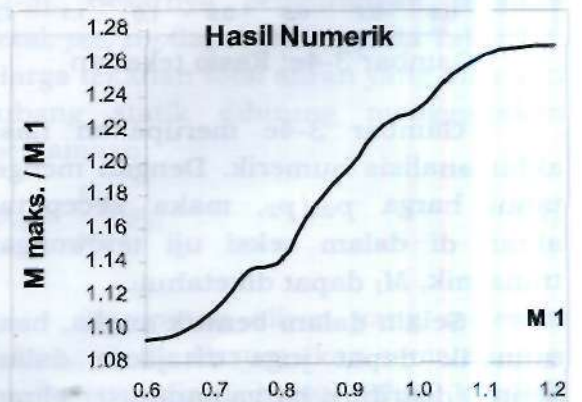
dalam tabel dan kurva-kurva di bawah ini.

Tabel 3-1: HASIL NUMERIK

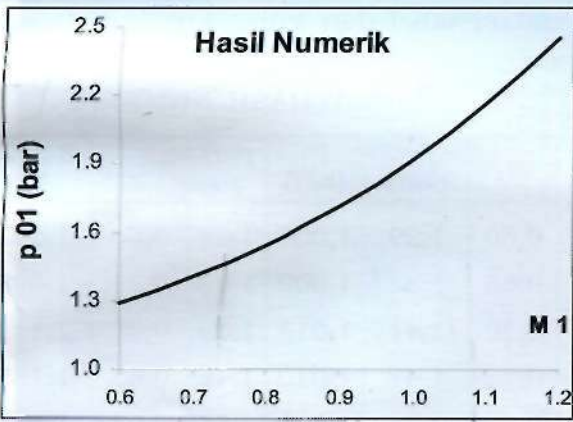
M_i	p_{oi} (bar)	P_2 (bar)	p_{oi}/P_2	$M_{maks.}$	$M_{maks.}/M_i$
0,60	1,29	1,009	1,28	0,66	1,093
0,65	1,35	1,009	1,33	0,71	1,098
0,70	1,41	1,013	1,39	0,78	1,111
0,75	1,47	1,010	1,46	0,85	1,135
0,80	1,54	1,000	1,54	0,91	1,141
0,85	1,62	1,007	1,61	1,00	1,175
0,90	1,71	0,995	1,72	1,08	1,198
0,95	1,81	1,011	1,79	1,16	1,223
1,00	1,92	1,012	1,89	1,23	1,232
1,05	2,03	1,013	2,01	1,32	1,253
1,10	2,16	1,013	2,13	1,39	1,265
1,15	2,30	1,012	2,27	1,46	1,270
1,20	2,46	1,009	2,43	1,53	1,271



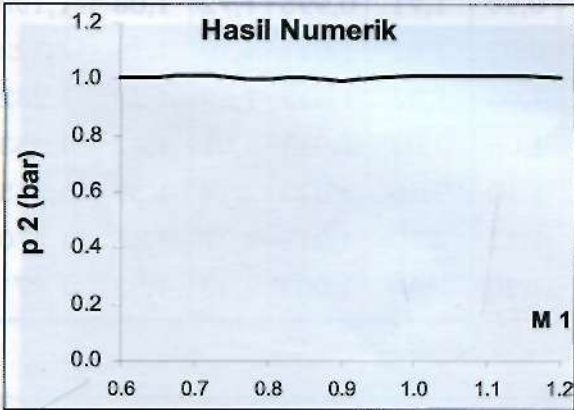
Gambar 3-4a: Mach lokal maksimum



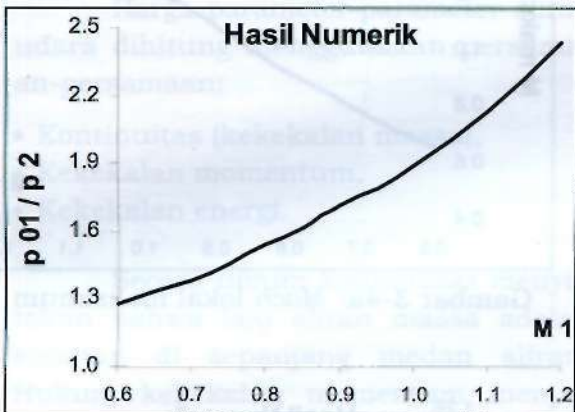
Gambar 3-4b: Rasio Mach maksimum



Gambar 3-4c: Tekanan total aliran bebas



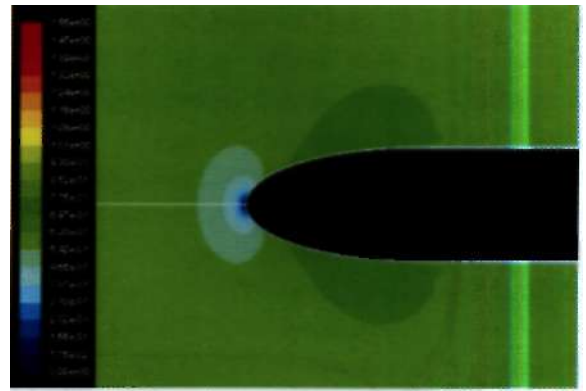
Gambar 3-4d: Tekanan statik yang terukur



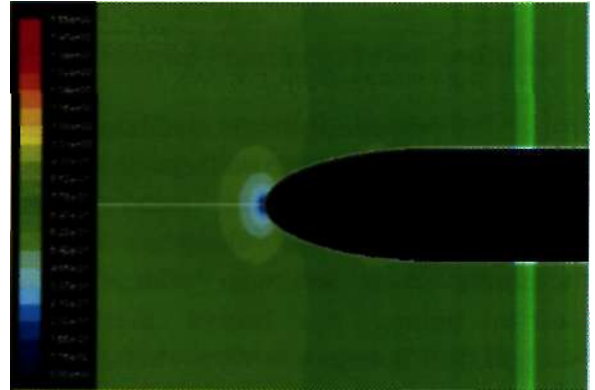
Gambar 3-4e: Rasio tekanan

Gambar 3-4e merupakan hasil akhir analisis numerik. Dengan mengetahui harga p_{01}/p_2 , maka kecepatan aliran di dalam seksi uji terowongan transonik, M_i dapat diketahui.

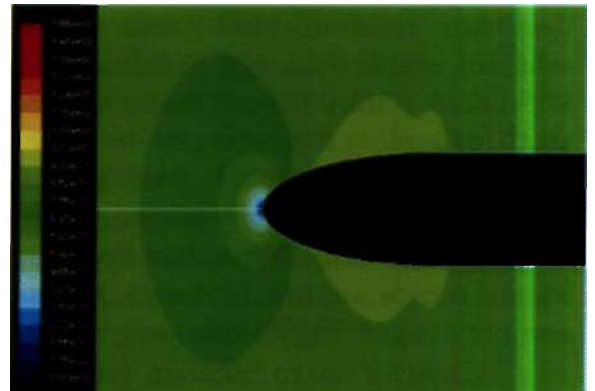
Selain dalam bentuk angka, hasil numerik dapat juga disajikan dalam bentuk distribusi harga parameter aliran. Distribusi bilangan Mach di sekitar pitot seperti berikut:



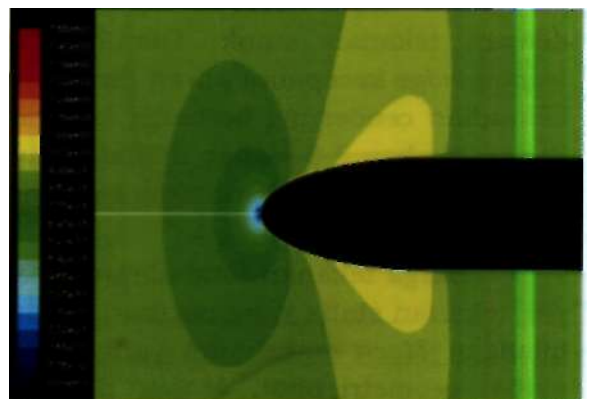
Gambar 3-5a : $M = 0,6$



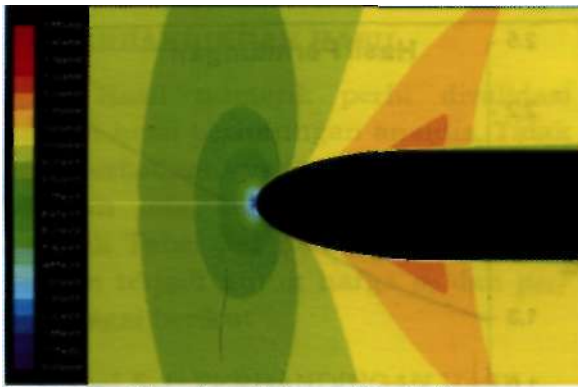
Gambar 3-5b: $M = 0,7$



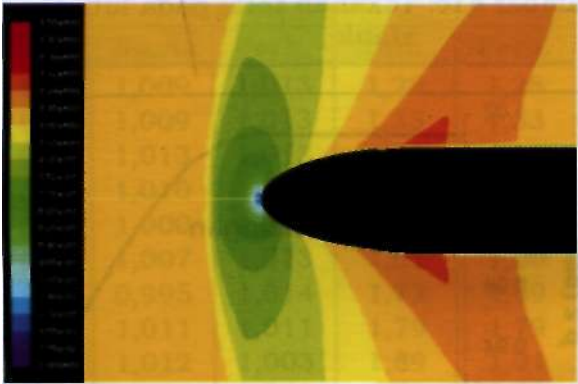
Gambar 3-5c : $M = 0,8$



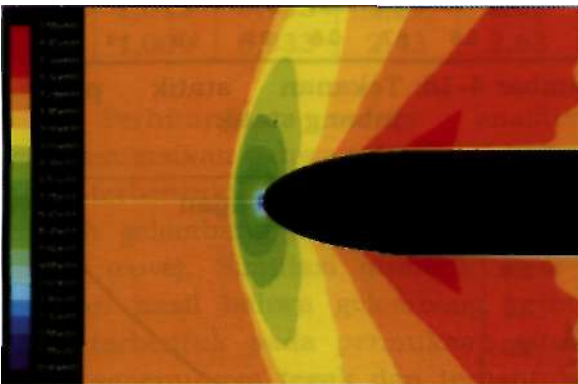
Gambar 3-5d: $M = 0,9$



Gambar 3-5e : $M = 1,0$



Gambar 3-5f : $M = 1,1$



Gambar 3-5g : $M = 1,2$

Pada $M = 0,9$ dapat dilihat bahwa mulai terbentuk gelombang kejut pada permukaan pitot (Gambar 3-5d). Semakin tinggi kecepatan aliran, gelombang kejut yang terbentuk semakin kuat, seperti pada $M = 1,2$.

4 PERHITUNGAN ANALITIS

Perhitungan secara analitis diperlukan untuk memvalidasi hasil numerik. Secara analisis, ada atau tidaknya gelombang kejut sulit untuk diprediksi, oleh karena itu diperlukan data hasil numerik, yaitu harga M_{maks} .

Bilangan $Mach$ maksimum di sekitar pitot dapat digunakan sebagai indikasi ada atau tidaknya gelombang kejut. Apabila M_{maks} lebih besar dari pada 1, maka terbentuk gelombang kejut pada permukaan pitot.

Penelitian dilakukan pada wilayah kecepatan aliran transonik, yaitu $M_i = 0,60 - 1,20$. Tabel 3-1 memperlihatkan bahwa M_{maks} terjadi pada kecepatan aliran sebesar $M_i = 0,90$. Dengan demikian pada wilayah kecepatan $M_i = 0,60 - 0,85$ belum terjadi pengurangan tekanan total ($p_{oi} - P_{02}$). Pengurangan tekanan total terjadi pada wilayah kecepatan $M_i = 0,90 - 1,20$. Besarnya pengurangan tekanan total berupa P_{02}/P_{01} dapat dilihat pada Tabel 2-1.

Selain akibat gelombang kejut, pengurangan tekanan total terjadi akibat gesekan antara aliran udara dengan permukaan pitot. Besarnya pengaruh gesekan secara umum sangat tergantung kepada turbulensi aliran dan kekasaran permukaan.

Pitot statik yang digunakan mempunyai bentuk yang sangat sederhana sehingga diperkirakan aliran di sekitarnya mempunyai turbulensi yang sangat rendah. Selain itu permukaan pitot juga sangat halus sehingga gesekan yang dihasilkan juga diperkirakan sangat kecil. Dengan demikian dapat diasumsikan bahwa pengurangan tekanan total akibat gesekan sangat kecil sehingga dapat diabaikan.

Harga tekanan total aliran bebas, p_{oi} dihitung menggunakan persamaan (2-3). Besarnya pengurangan tekanan total, P_{02}/P_{01} dapat dilihat pada Tabel 2-1. Harga tekanan total aliran yang melewati lubang statik dihitung menggunakan persamaan;

$$P_{02} = \frac{P_{02}}{P_{01}} P_{01} \quad (4-1)$$

Kecepatan aliran yang melewati lubang statik diasumsikan sama dengan kecepatan aliran bebas (lihat kembali Bab 2 dan persamaan (2-7)). Dengan sedikit memodifikasi persamaan (2-3),

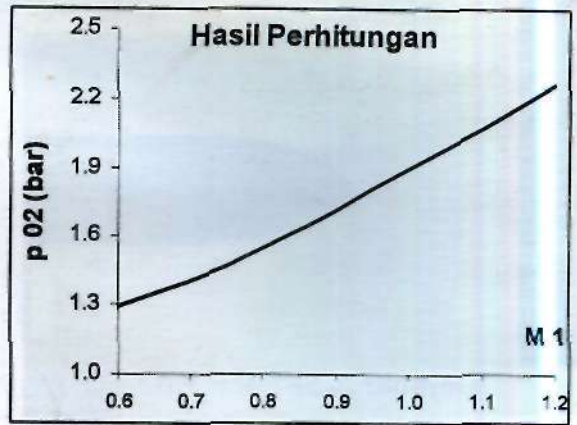
maka tekanan pada lubang statik dapat dihitung menggunakan persamaan

$$p_2 = \frac{P_{02}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}} \quad (4-2)$$

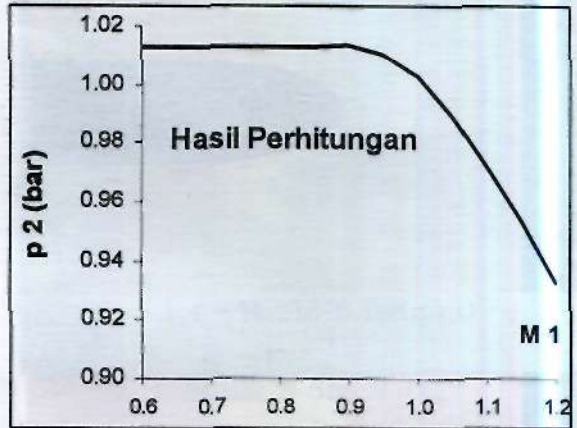
Hasil kedua paragraf di atas disajikan dalam tabel dan kurva berikut :

Tabel 4-1: HASIL PERHITUNGAN SECARA ANALITIS

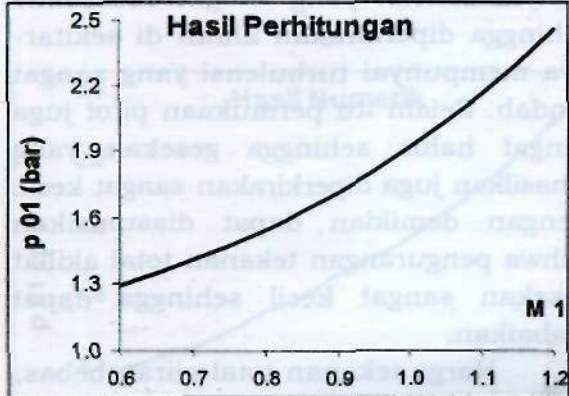
M	p_{01} (bar)	p_{01}/p_{02}	p_{02} (bar)	p_s (bar)	p_{01}/p_s
0,60	1,29	1,000	1,29	1,013	1,28
0,65	1,35	1,000	1,35	1,013	1,33
0,70	1,41	1,000	1,41	1,013	1,39
0,75	1,47	1,000	1,47	1,013	1,45
0,80	1,54	1,000	1,54	1,013	1,52
0,85	1,63	1,000	1,63	1,013	1,60
0,90	1,71	1,000	1,71	1,014	1,69
0,95	1,81	0,997	1,81	1,011	1,79
1,00	1,92	0,990	1,90	1,003	1,91
1,05	2,04	0,976	1,99	0,989	2,06
1,10	2,16	0,959	2,08	0,972	2,23
1,15	2,30	0,941	2,17	0,953	2,42
1,20	2,46	0,921	2,26	0,933	2,63



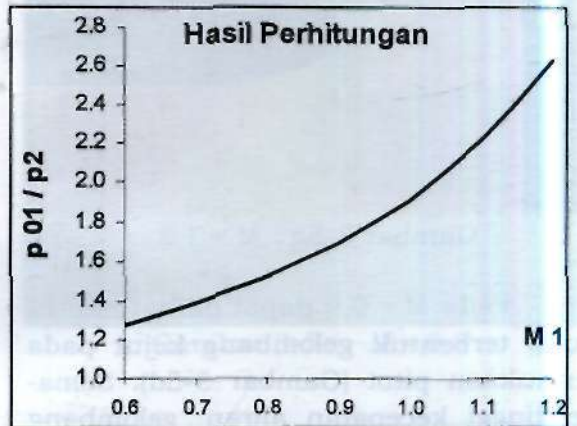
Gambar 41c: Tekanan total pada lubang statik



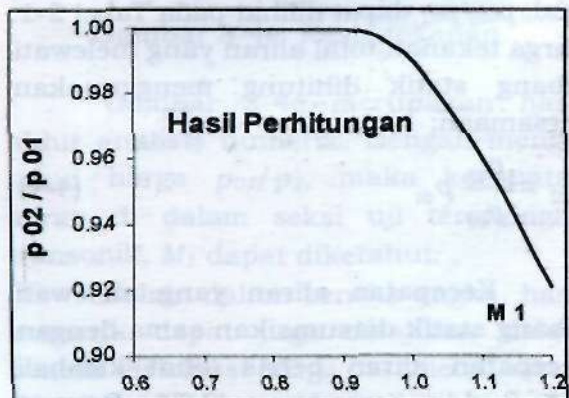
Gambar 4-1d: Tekanan statik pada lubang statik



Gambar 4-1a: Tekanan total aliran bebas



Gambar 4-1e: Rasio tekanan



Gambar 4-1b: Penurunan tekanan total

Rasio tekanan pada Gambar 4-1e merupakan hasil akhir perhitungan secara analitis. Apabila harga P_{01}/P_2 diketahui, maka kecepatan aliran di dalam seksi uji terowongan angin transonik dapat diketahui. Sebagai contoh pada sensor terbaca rasio tekanan sebesar 1,69, maka kecepatan aliran adalah $M = 0,90$.

5 PERBANDINGAN HASIL

Hasil numerik perlu divalidasi dengan hasil perhitungan analitis. Tidak ada perbedaan yang signifikan harga tekanan total aliran bebas, p_{oi} (lihat kembali Tabel 3-1 dan Tabel 4-1). Perbedaan terjadi untuk harga p_2 dan p_{oi}/P_2 sebagai berikut:

Tabel 5-1: PERBANDINGAN HASIL

M	p_2 (bar)		p_{oi}/p_2	
	Num.	Perh.	Num.	Perh.
0,60	1,009	1,013	1,28	1,28
0,65	1,009	1,013	1,33	1,33
0,70	1,013	1,013	1,39	1,39
0,75	1,010	1,013	1,46	1,45
0,80	1,000	1,013	1,54	1,52
0,85	1,007	1,013	1,61	1,60
0,90	0,995	1,014	1,72	1,69
0,95	1,011	1,011	1,79	1,79
1,00	1,012	1,003	1,89	1,91
1,05	1,013	0,989	2,01	2,06
1,10	1,013	0,972	2,13	2,23
1,15	1,012	0,953	2,27	2,42
1,20	1,009	0,933	2,43	2,63

Perhitungan secara analitis mengasumsikan bahwa gelombang kejut yang terbentuk pada permukaan pitot adalah gelombang kejut tegak (*normal shock wave*). Simulasi numerik memberikan hasil bahwa gelombang kejut yang terbentuk pada permukaan pitot tidak sepenuhnya tegak dan terbentuk secara berlapis. Gelombang kejut normal mengakibatkan penurunan tekanan total yang lebih besar sehingga p_{o2} hasil perhitungan secara analitis lebih kecil dibandingkan hasil numerik.

Untuk kecepatan aliran yang sama, penurunan tekanan total diikuti dengan penurunan tekanan statik. Hal tersebut secara tidak langsung menjelaskan mengapa p_2 hasil perhitungan secara analitis lebih kecil dibandingkan dengan hasil numerik.

Secara umum tidak terdapat perbedaan yang signifikan antara hasil numerik dengan hasil perhitungan analitis, sehingga dapat dikatakan bahwa hasil numerik cukup valid.

Hasil akhir penelitian ini disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 5-2: HASIL AKHIR

p_{o2} / p_2	M
1,28	0,60
1,33	0,65
1,39	0,70
1,46	0,75
1,54	0,80
1,61	0,85
1,72	0,90
1,79	0,95
1,89	1,00
2,01	1,05
2,13	1,10
2,27	1,15
2,43	1,20

Tabel di atas menyajikan hubungan antara rasio tekanan, p_{oi}/p_2 terhadap kecepatan aliran bebas, M. Sebagai contoh apabila pada sensor terbaca rasio tekanan sebesar 1,72, maka kecepatan aliran di dalam seksi uji terowongan angin transonik adalah 0,90 Mach.

6 KESIMPULAN

Beberapa kesimpulan yang dapat ditarik dari penelitian ini antara lain;

- Hasil numerik dan hasil perhitungan secara analitis memberikan hasil yang hampir sama (Tabel 5.1),
- Tekanan statik di sekitar lubang pitot hasil perhitungan numerik dan analitis hampir sama dengan tekanan atmosfer (Tabel 5-1),
- Telah didapat hubungan antara rasio tekanan dengan kecepatan aliran (Tabel 5-2).

Beberapa penelitian lanjutan yang disarankan antara lain;

- Memasukkan efek dinding seksi uji ke dalam simulasi numerik dan perhitungan secara analitis.
- Menghitung *pressure loss* antara *settling chamber* dan seksi uji. Hal tersebut perlu dilakukan karena alat ukur tekanan total berada di dalam *settling chamber*, bukan berada di dalam seksi uji.

DAFTAR RUJUKAN

Anderson, John D., 1985. *Fundamentals of Aerodynamics*, McGraw-hill company, Singapore.

H.W. Liepmann et al., 1952. *The Interaction between Boundary Layer and Shock wave in Transonic Flow*, NACA Rep. 1100, New Jersey, United State of America.

John D. Anderson, JR., 1984 & 1991. *Fundamentals of Aerodynamics, Second Edition*, McGraw-hill ,Inc, Singapore.

Saad - Michd A., 1985. *Compressible Fluid* ^{flow} Prentice,Hall, Inc., Englewood ^{Cliffs} New Jersey, United State of America.